

227.1

Tutte le frasi che seguono rappresentano criteri oggettivi per individuare un insieme, tranne una. Individuala e spiega perché.

- a. I tuoi compagni di scuola il cui cognome inizia per A.
- b. I fiumi che scorrono in Italia.
- c. Gli insegnanti giovani della tua scuola.
- d. Le città che distano meno di 50 km da Milano.

SOLUZIONE

c.

L'attributo giovane non rappresenta un criterio oggettivo per definire gli elementi di un insieme perché per una persona può essere giovane un uomo sotto i 20 anni, per un'altra può essere giovane una persona sotto i 30.

227.2

Quali delle seguenti proprietà sono caratteristiche per un insieme?

- a. Essere capoluogo di provincia in Italia.
- b. Essere magri.
- c. Essere un attore che ha vinto un Oscar.
- d. Essere un compagno allegro.
- e. Essere città italiana il cui nome inizia per R.
- f. Essere iscritto alle liste elettorali di un comune.
- g. Essere un numero naturale piccolo.

SOLUZIONE

a, c, e, f.

227.3

L'insieme $A = \{x \mid 3 < x < 10\}$ è ben caratterizzato?

No

Motiva la risposta.

Non è stato definito l'insieme ambiente nel quale vanno cercati gli elementi che formano l'insieme A .

227.4

Per indicare che un elemento a appartiene all'insieme A si usa la scrittura:

- a. $a \subset A$
- b. $a \in A$
- c. $a \supset A$
- d. $a \ni A$

SOLUZIONE

b.

227.5

Quali delle seguenti scritture sono corrette per rappresentare l'insieme vuoto?

- a. \emptyset
- b. $\{\emptyset\}$
- c. $\{0\}$
- d. $\{\}$

SOLUZIONE

a, d.

227.6

Indica quali fra i seguenti insiemi sono finiti (V), infiniti (I), vuoti (\emptyset).

- I numeri pari.
- I giorni della settimana.
- Gli studenti della tua scuola che hanno superato l'Esame di Stato con un punteggio maggiore di 95.
- Le persone che vanno in vacanza su Marte.
- L'insieme dei punti di una circonferenza.
- L'insieme dei lati di un esagono.
- L'insieme dei numeri dispari maggiori di 5.
- L'insieme dei numeri naturali compresi fra 5 e 200.

SOLUZIONE

- I
- F
- F
- V
- I
- F
- I
- F

227.7

L'insieme delle lettere della parola *terrazze* è:

- $\{t, e, r, r, a, z, z, e\}$
- $\{t, e, r, a, z, e\}$
- $\{t, e, r, a, z\}$
- $\{t, r, z\}$

SOLUZIONE

- c.

228.8

In quale dei seguenti casi l'insieme A non è uguale all'insieme B ?

- $A = \{\text{Sandro}, \text{Paola}\}$ $B = \{\text{Paola}, \text{Sandro}\}$
- $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 10\}$ $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 \leq x \leq 10\}$
- $A = \{p, s, r, a, o, z, i\}$ $B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "spazio"}\}$

SOLUZIONE

- a.

228.9

Dato l'insieme $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$, indica, fra quelle elencate, la proprietà che caratterizza i suoi elementi:

- $x \mid x$ è un numero pari
- $x \mid x$ è un multiplo di 4 minore di 24
- $x \mid x$ è un numero pari e multiplo di 4
- $x \mid x$ è un numero pari maggiore di 4 e minore di 26
- $x \mid x$ è un multiplo di 4 minore di 28 e maggiore o uguale a 4
- $x \mid x$ è un multiplo di 4 maggiore di 4 e minore di 28

SOLUZIONE

- e.

228.10

Stabilisci se le seguenti frasi definiscono un insieme e, in caso affermativo, indica gli elementi che gli appartengono.

- I numeri pari maggiori di 4 e minori di 20.
Si. $\{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$
- Le persone che ti telefoneranno domani.
No
- I capoluoghi di provincia della Puglia.
Si. $\{\text{Bari, Barletta – Adria – Trani, Brindisi, Foggia, Lecce, Taranto}\}$
- L'insieme delle lettere della parola *libro*.
Si. $\{l, i, b, r, o\}$

228.11

Dopo aver stabilito se i seguenti insiemi sono finiti o infiniti, rappresenta per elencazione quelli finiti.

- I numeri naturali maggiori di 10.
Infinito.
- I divisori di 20.
Finito. $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
- I multipli di 6.
Infinito.
- I numeri pari compresi tra 14 e 32.
Finito. $\{16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30\}$
- I numeri dispari divisori di 24.
Finito. $\{1, 3\}$
- I numeri razionali compresi fra 8 e 10.
Infinito.

228.12

Confronta i tre insiemi

$A = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "vuotare"}\}$,

$A = \{a, e, o, u\}$

$B = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "uova"}\}$ e

$B = \{a, o, u\}$

$C = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "nuotare"}\}$.

$C = \{a, e, o, u\}$

Gli insiemi dati sono tutti uguali?

No.

Fra essi ce ne sono di uguali.

Si. Gli insiemi A e C .

228.13

Stabilisci se gli elementi indicati fanno parte o no degli insiemi specificati, usando il simbolo appropriato.

- Inter, $A = \{x \mid x \text{ è una squadra di calcio italiana di serie A}\}$
 $\text{Inter} \in A$
- Roma, $A = \{x \mid x \text{ è un capoluogo di provincia italiano}\}$
 $\text{Roma} \in A$
- $\frac{5}{4}$, $\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ è un numero naturale}\}$
 $\frac{5}{4} \notin \mathbb{N}$
- Londra, $A = \{x \mid x \text{ è una città italiana}\}$
 $\text{Londra} \notin A$
- Balena, $A = \{x \mid x \text{ è un mammifero}\}$
 $\text{Balena} \in A$
- -5 , $\mathbb{Z} = \{x \mid x \text{ è un numero intero}\}$.
 $-5 \in \mathbb{Z}$

228.14

Traduci le seguenti frasi nel linguaggio simbolico degli insiemi.

- Il numero -12 appartiene all'insieme dei numeri interi.
 $-12 \in \mathbb{Z}$
- Il numero $\sqrt{20}$ non appartiene all'insieme dei numeri interi.
 $\sqrt{20} \notin \mathbb{Z}$
- Il numero $2,24$ appartiene all'insieme dei numeri razionali.
 $2,24 \in \mathbb{Q}$
- Il numero $(-21)^2$ è un numero intero.
 $(-21)^2 \in \mathbb{Z}$
- Il numero $\sqrt{37}$ non è un numero naturale.
 $\sqrt{37} \notin \mathbb{N}$

229.16-24 Rappresenta i seguenti insiemi nei modi che conosci.

- L'insieme delle vocali della parola *elementare*.
 $\{a, e\}$
 $A = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "elementare"}\}$
- L'insieme delle lettere della parola *vocabolario*.
 $\{a, b, c, i, l, o, r, v\}$
 $A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "vocabolario"}\}$
- L'insieme dei numeri naturali minori di 8.
 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 8\}$
- L'insieme dei numeri naturali compresi fra 2 e 14, estremi esclusi.
 $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 14\}$
- L'insieme dei numeri pari minori di 20.
 $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}, x < 20\}$
- L'insieme dei primi 10 numeri dispari.
 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 9\}$
- L'insieme dei numeri primi minori di 30.
 $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$
 $A = \left\{x, n, q, r \in \mathbb{N} \mid \nexists q \neq x, \nexists q \neq 1, q = \frac{x}{n} + r, n \leq x, x < 30, r = 0\right\}$
 $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \nexists q \neq x, \nexists q \neq 1, q = \frac{x}{n} + r, n \leq x, x < 30, r = 0, n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{N}\right\}$
- L'insieme dei primi 10 numeri primi.
 $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$
 $A = \left\{x, n, q, r \in \mathbb{N} \mid \nexists q \neq n, \nexists q \neq 1, q = \frac{x}{n} + r, n \leq x, x \leq 23, r = 0\right\}$
 $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \nexists q \neq x, \nexists q \neq 1, q = \frac{x}{n} + r, n \leq x, x \leq 23, r = 0, n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{N}\right\}$
- L'insieme delle note musicali.
 $\{do, re, mi, fa, sol, la, si\}$
 $A = \{x \mid x \text{ è una nota musicale}\}$

229.26-34 Rappresenta i seguenti insiemi nel modo più adatto.

26. L'insieme dei numeri interi maggiori di 15.
 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 15\}$
27. L'insieme dei numeri naturali compresi tra -10 e -2 .
 \emptyset
28. L'insieme delle stagioni.
 $\{\text{primavera, estate, autunno, inverno}\}$
29. L'insieme dei numeri dispari compresi fra 10 e 38.
 $\{11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37\}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, 10 < x < 38, n \in \mathbb{N}\}$
30. L'insieme delle persone nate in Italia.
 $A = \{x \mid x \text{ è una persona nata in Italia}\}$
31. L'insieme delle ragazze della tua classe.
 $A = \{x \mid x \text{ è una ragazza della mia classe}\}$
32. L'insieme dei files contenuti nel disco fisso del tuo computer.
 $A = \{x \mid x \text{ è un file contenuto nel disco fisso del mio computer}\}$
33. L'insieme dei libri della biblioteca scolastica.
 $A = \{x \mid x \text{ è un libro della biblioteca scolastica}\}$
34. L'insieme degli elefanti rosa.
 \emptyset

230.36

Elenca i primi cinque elementi dei seguenti insiemi:

- a. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 5n, n \in \mathbb{N}\}$
 $A = \{0, 5, 10, 15, 20\}$
- b. $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = n^2, n \in \mathbb{N}\}$
 $B = \{0, 1, 4, 9, 16\}$

È possibile elencarli tutti?

No.

Perché?

Perché sono insiemi formati da un numero infinito di elementi.

230.37

Rappresenta negli altri modi conosciuti l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 5\}$.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

230.39

Qual è la proprietà caratteristica dell'insieme $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$?

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, 3 \leq x \leq 18, n \in \mathbb{N}\}$$

230.40

Determina la proprietà caratteristica dell'insieme $A = \{1, 2, 5, 10\}$.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \cdot n = 10, n \in \mathbb{N}\}$$

230.41

Rappresenta l'insieme dei numeri naturali divisibili per 7.

$$A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{x}{7} = q + r, r = 0, q \in \mathbb{N}\right\}$$

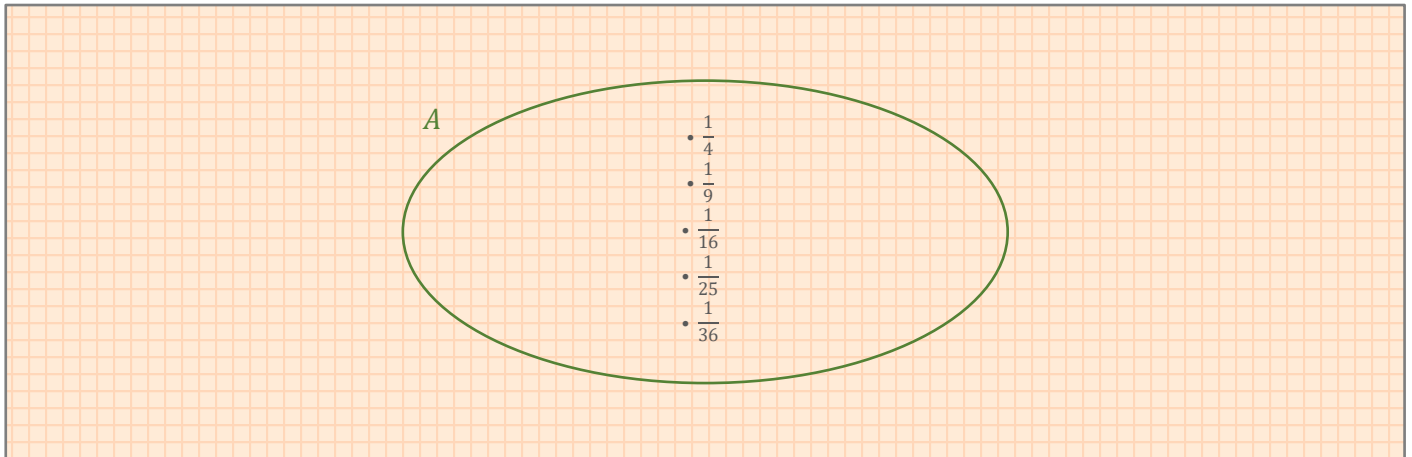
Che tipo di insieme è?

È un insieme infinito.

230.42

Rappresenta l'insieme $A = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \frac{1}{36} \right\}$ con un diagramma di Eulero-Venn; considera poi l'insieme $B = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}$. Cosa deduci confrontando gli insiemi A e B .

SVOLGIMENTO



$$B = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N}, 1 < n < 7 \right\} = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \frac{1}{36} \right\}$$

$$A = B$$

231.43

Un insieme B è sottoinsieme proprio di A . Può capitare che:

- qualche elemento di A appartiene anche a B
vero
- tutti gli elementi di B appartengono anche ad A
vero
- c'è qualche elemento di B che non appartiene ad A
falso
- c'è qualche elemento di A che non appartiene a B
vero

231.44

Traduci in simboli le seguenti frasi:

- l'insieme A contiene propriamente un insieme B
 $A \supset B$
- l'insieme C è un sottoinsieme di un insieme A
 $C \subseteq A$
- l'insieme A è un sottoinsieme proprio di un insieme D
 $A \subset D$

231.46

Se A e B sono due insiemi tali che $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$, che cosa si può dire di A e di B ?

Gli insiemi A e B sono uguali, sono lo stesso insieme ($A = B$).

231.47

Se $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 6\}$ quali fra i seguenti sono sottoinsiemi di A ?

- $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è pari e } 0 < x < 4\}$
- $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 6\}$
- $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid 3 \leq x \leq 5\}$

SVOLGIMENTO

$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

- $B = \{2\}$

Sì, B è un sottoinsieme proprio di A ($B \subset A$).

- $C = \{3, 4, 5\}$

Sì, C è un sottoinsieme proprio di A ($C \subset A$).

- No, l'insieme D è un insieme formato da un numero infinito di elementi e quindi non può essere un sottoinsieme dell'insieme A , che è un insieme finito.

231.48

Siano A l'insieme delle consonanti della parola "pino" e B l'insieme delle consonanti della parola "panna". Che cosa puoi dire di A e di B ?

$A = \{p, n\}$

$B = \{p, n\}$

$A = B$

È corretto affermare che A è un sottoinsieme di B ?

Sì.

In caso di risposta affermativa, di che tipo di sottoinsieme si tratta?

È un sottoinsieme improprio.

231.49

Rappresenta l'insieme A dei numeri naturali compresi tra 5 e 20. Scrivi i sottoinsiemi di A formati dai numeri pari e poi da quelli dispari. Questi sottoinsiemi sono propri o impropri?

SVOLGIMENTO

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x < 20\} = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$A_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}, 5 < x < 20\} = \{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$A_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, 5 < x < 20\} = \{7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

A_1 e A_2 sono sottoinsiemi propri di A .

$A_1 \subset A$

$A_2 \subset A$

231.50

Dati i seguenti insiemi: $A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "volare"}\}$, $B = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "asse"}\}$, $C = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "colare"}\}$, indica quali delle seguenti relazioni sono vere:

- $A \subseteq C$

- $B \subset A$

- $C \supset B$

SVOLGIMENTO

$A = \{v, o, l, a, r, e\}$

$B = \{a, e\}$

$C = \{c, o, l, a, r, e\}$

- $A \subseteq C$, no

- $B \subset A$, sì

- $C \supset B$, sì

231.51

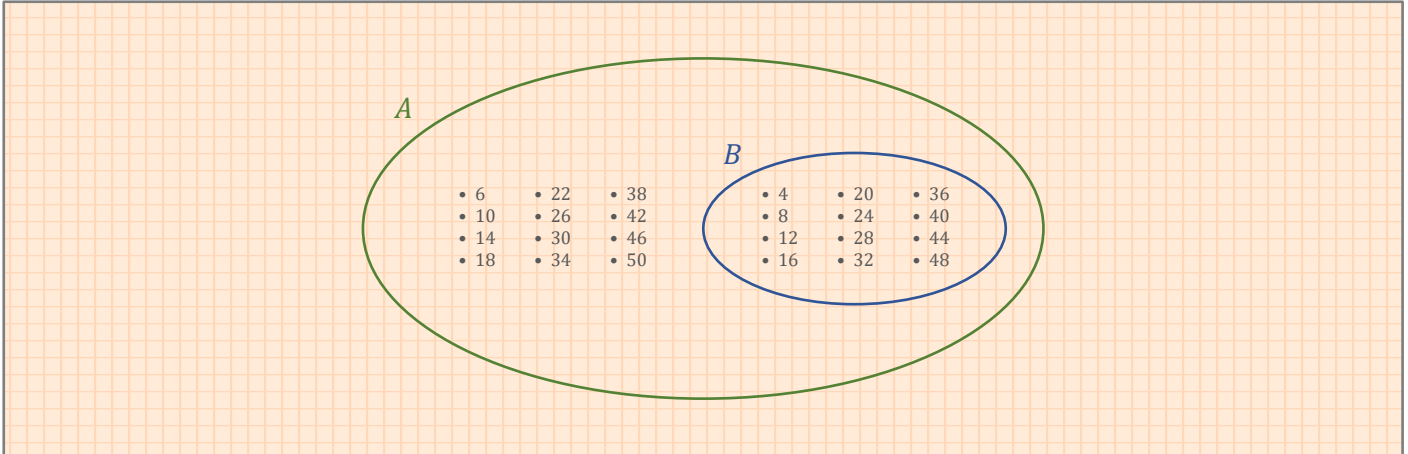
Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn i due insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 50 \text{ e } x \text{ è pari}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 51 \text{ e } x \text{ è multiplo di } 4\}$. Dopo aver stabilito se $B \subset A$, indica quali fra le seguenti scritte sono vere:

- $35 \in A$
- $6 \in B$
- $16 \subset B$
- $4 \notin A$
- $\{4, 6\} \subset A$

SVOLGIMENTO

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}, 4 \leq x \leq 50\} = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 51\} = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48\}$



B è un sottoinsieme proprio di A .

- $35 \in A$ falso
- $6 \in B$ falso
- $16 \subset B$ la scrittura non ha senso, la relazione di inclusione sussiste solo tra insiemi
- $4 \notin A$ falso
- $\{4, 6\} \subset A$ vero

231.52

Dato l'insieme $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ determina il sottoinsieme i cui elementi sono i numeri pari di A .

\emptyset

È un sottoinsieme proprio?

No.

231.53

Data la retta r e fissato un punto A su di essa, considera l'insieme dei punti di r che seguono A e quello dei punti di r che precedono A . Cosa rappresentano questi insiemi rispetto all'insieme dei punti della retta?

Rappresentano due sottoinsiemi propri con un numero infinito di elementi.

231.54

Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 30\}$, determina i suoi seguenti sottoinsiemi:

- i numeri pari
- i numeri dispari
- i multipli di 5

SVOLGIMENTO

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 30\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29\}$

- $A_1 = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28\}$
- $A_2 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$
- $A_3 = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$

231.55

Dato l'insieme $A = \{1, 2, 3\}$, scrivi tutti i suoi sottoinsiemi propri ed impropri.

- $A_0 = \emptyset$
- $A_1 = \{1\}$
- $A_2 = \{2\}$
- $A_3 = \{3\}$
- $A_4 = \{1, 2\}$
- $A_5 = \{1, 3\}$
- $A_6 = \{2, 3\}$
- $A_7 = \{1, 2, 3\}$

231.56

Scrivi tutti i sottoinsiemi di $A = \{a, e, i, o, u\}$ formati da tre elementi.

- $A_0 = \{a, e, i\}$
- $A_1 = \{a, e, o\}$
- $A_2 = \{a, e, u\}$
- $A_3 = \{a, i, o\}$
- $A_4 = \{a, i, u\}$
- $A_5 = \{a, o, u\}$
- $A_6 = \{e, i, o\}$
- $A_7 = \{e, i, u\}$
- $A_8 = \{e, o, u\}$
- $A_9 = \{i, o, u\}$

232.57

Dati gli insiemi $A = \{\text{bianco}, \text{rosso}, \text{verde}, \text{giallo}\}$, $B = \{\text{bianco}, \text{rosso}\}$, $C = \{\text{verde}\}$, stabilisci quali delle seguenti scritte sono corrette, e correggi poi quelle scritte in maniera errata.

- a. $B \in A$
scrittura errata, $B \subset A$
- b. $\text{bianco} \subseteq A$
scrittura errata, $\text{bianco} \in A$
- c. $C \subseteq A$
scrittura corretta
- d. $\text{rosso} \in A$
scrittura corretta
- e. $\{\text{bianco}\} \subseteq A$
scrittura corretta
- f. $\{\text{bianco}, \text{rosso}\} \in A$
scrittura errata, $\{\text{bianco}, \text{rosso}\} \subset A$

232.58

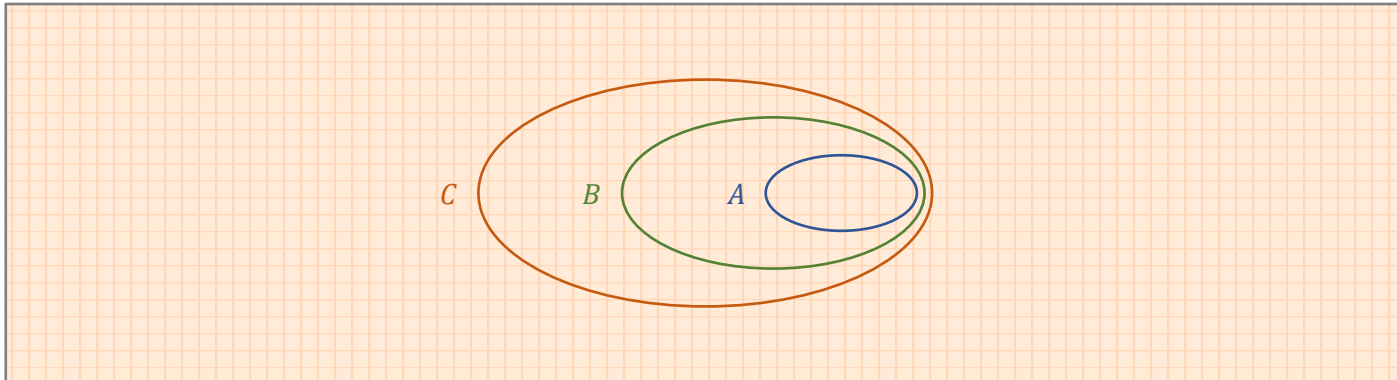
Considera l'insieme $A = \{a, b, c, d\}$; quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false? Motiva la tua risposta.

- a. $a \in A$
affermazione vera, l'elemento a appartiene all'insieme A
- b. $d \subset A$
la scrittura non ha senso, tra un elemento e un insieme non può sussistere la relazione di inclusione ma può sussistere la relazione di appartenenza o di non appartenenza dell'elemento all'insieme.
- c. $\emptyset \subset A$
falsa, l'insieme vuoto è un sottoinsieme improprio e non un sottoinsieme proprio dell'insieme A
- d. $A \subset \{a, b, c, d\}$
falsa, l'insieme A non è un sottoinsieme proprio di sé stesso, bensì un sottoinsieme improprio.
- e. $\{a\} \subset A$
vera, l'insieme formato dall'elemento a è un sottoinsieme proprio dell'insieme A

232.59

Verifica, usando i diagrammi di Eulero-Venn, che se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, allora $A \subseteq C$.

SVOLGIMENTO

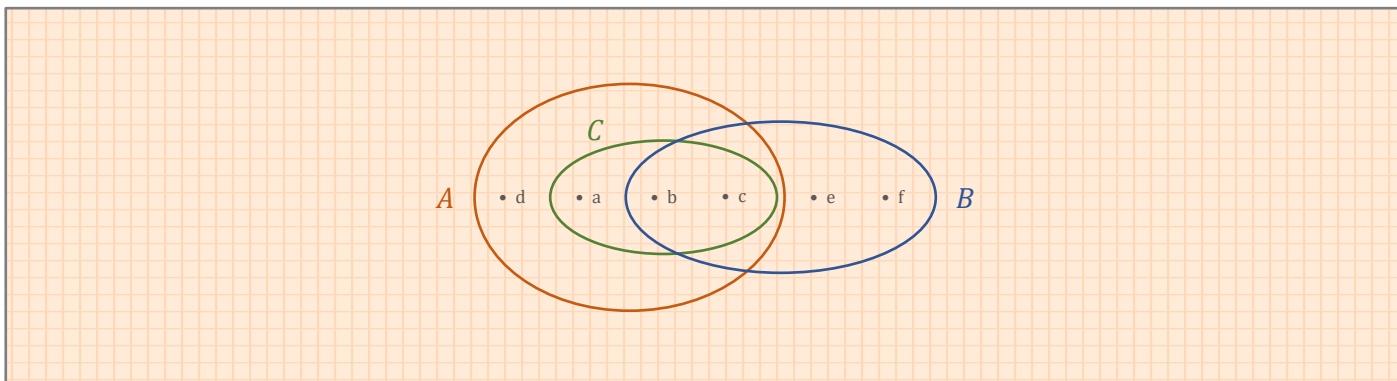


232.60

Considera gli insiemi $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, e, f\}$, $C = \{a, b, c\}$, stabilisci quali delle seguenti scritte sono vere e quali sono false:

- a. $A \supset B$
- b. $A \subset C$
- c. $C \subset A$
- d. $B \supset A$
- e. $\emptyset \subset B$
- f. $\{c\} \subset A$

SVOLGIMENTO



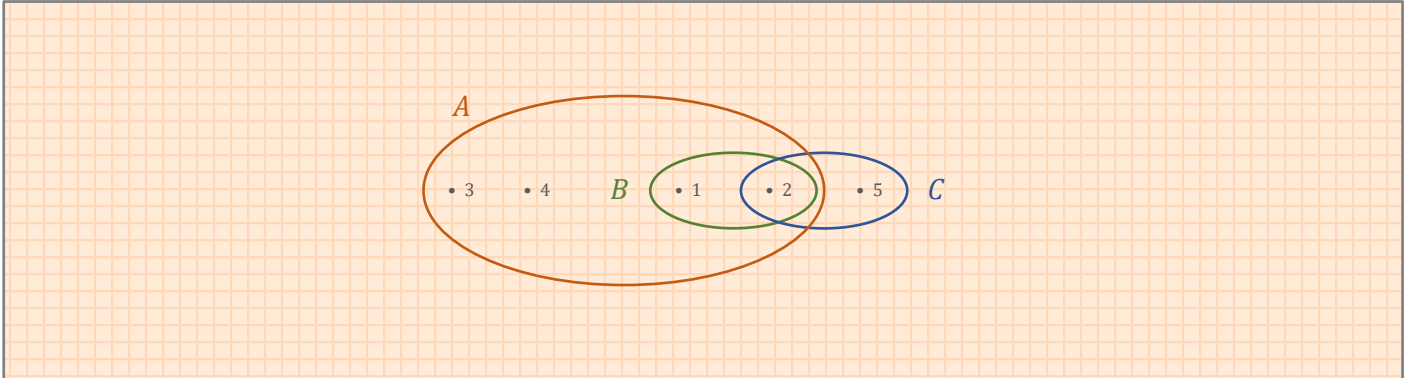
- a. falso
- b. falso
- c. vero
- d. falso
- e. falso
- f. vero

232.61

Considera gli insiemi: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{2, 5\}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false? Motiva le tue risposte.

- a. $A \subset B$
- b. $B \subseteq C$
- c. $B = C$
- d. $B \subset A$
- e. $C \not\subset A$

SVOLGIMENTO



- a. $A \subset B$
Falso. Ci sono degli elementi dell'insieme A che non appartengono all'insieme B : i numeri 3 e 4.
- b. $B \subseteq C$
Falso. C'è un elemento dell'insieme B che non appartiene all'insieme C : il numero 1.
- c. $B = C$
Falso. C'è un elemento dell'insieme B che non appartiene all'insieme C (il numero 1) e c'è un elemento dell'insieme C che non appartiene all'insieme B (il numero 5), quindi i due insiemi B e C non possono essere uguali perché non sono formati dagli stessi elementi.
- d. $B \subset A$
Vero. B è un sottoinsieme proprio di A , perché tutti gli elementi dell'insieme B appartengono anche all'insieme A , e ci sono degli elementi dell'insieme A che non appartengono all'insieme B .
- e. $C \not\subset A$
Vero. C'è un elemento dell'insieme C che non appartiene all'insieme A : il numero 5.

232.62

Considera gli insiemi A e B che seguono e stabilisci quali delle seguenti relazioni sono verificate:

1. $A = B$ 2. $A \subset B$ 3. $A \subseteq B$ 4. $A \supset B$ 5. $A \supseteq B$ 6. $A \not\subset B$

- a. $A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "video"}\}$ $B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "dove"}\}$
 $A = \{d, e, i, o, v\}$ $B = \{d, e, o, v\}$

Sono verificate le relazioni 4, 5 e 6.

- b. $A = \{x \mid x \text{ è un numero naturale divisore di } 60\}$ $B = \{x \mid x \text{ è un numero naturale divisore di } 30\}$
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$ $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

Sono verificate le relazioni 4, 5 e 6.

- c. $A = \{x \mid x \text{ è un numero dispari minore di } 15\}$ $B = \{x \mid x \text{ è un numero pari minore di } 16\}$
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

È verificata solo la relazione 6.

- d. $A = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "melo"}\}$ $B = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "velo"}\}$
 $A = \{e, o\}$ $B = \{e, o\}$

Sono verificate le relazioni 1, 3, 5 e 6.

233.63

Se $A \cup B = B$, allora A è un sottoinsieme di B . È vera questa affermazione?

Sì.

Giustifica la tua risposta.

Non ci sono elementi dell'insieme A che non appartengono all'insieme B , quindi A è un sottoinsieme di B .

233.64

Di due insiemi A e B si sa che $A \cap B = B$ e $A \cap B \neq A$. Quali fra le seguenti scritte è esatta:

- a. $A \subset B$
- b. $A \subseteq B$
- c. $B \subset A$
- d. $B \subseteq A$

SOLUZIONE

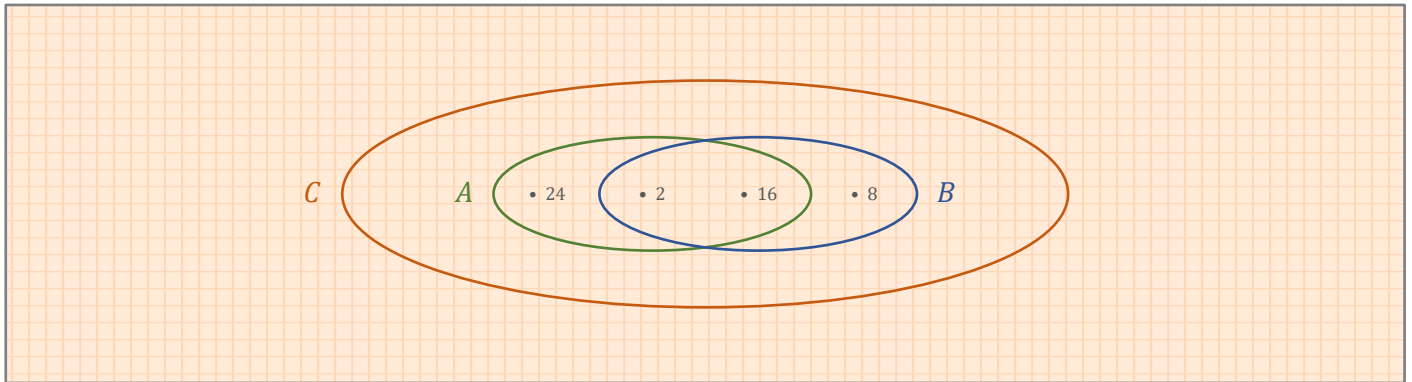
c.

233.65

Se $A = \{2, 16, 24\}$, $B = \{2, 8, 16\}$, $C = \{2, 8, 16, 24\}$, quali fra le seguenti relazioni sono corrette?

- a. $B \cap C = B$
- b. $A \cup (B \cap C) = B$
- c. $B \cup C = C$
- d. $(A \cap B) \subset C$

SVOLGIMENTO



- | | | |
|---------------------------------------|---------------|-------|
| a. $B \cap C = B$ | | vero |
| b. $A \cup (B \cap C) = A \cup B = C$ | | |
| $C \neq B$ | \Rightarrow | falso |
| c. $B \cup C = C$ | | vero |
| d. $(A \cap B) = \{2, 16\}$ | | |
| $\{2, 16\} \subset C$ | | vero |

Le relazioni corrette sono a, c, d.

233.66

Se $A - B = A$, puoi dire che:

- a. $A = B$
- b. $A \cup B = B$
- c. $A \cap B = \emptyset$
- d. $A \subset B$

SOLUZIONE

c.

233.67

Dati i seguenti insiemi:

- $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x < 20\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 12\}$

scegli fra i seguenti i loro complementari rispetto a \mathbb{N} :

- $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 7 \text{ e } x > 20\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 7 \text{ e } x \geq 20\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 5\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 12\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 12\}$

SOLUZIONE

a4 – b2 – c3 – d5.

233.68

Qualunque siano gli insiemi A e B , entrambi sottoinsiemi di un insieme universo U , l'insieme definito dall'operazione $\bar{A} \cup \bar{B}$ è uguale all'insieme definito dalla relazione:

- $A \cap B$
- $\overline{A \cup B}$
- $\overline{A \cap B}$
- $A \cup B$

SOLUZIONE

c.

233.69

Qualunque siano gli insiemi A e B , entrambi sottoinsiemi di un insieme universo U , l'insieme definito dall'operazione $\overline{A \cap B}$ è uguale all'insieme definito dalla relazione:

- $\bar{A} \cup B$
- $\overline{A \cup B}$
- $\bar{A} \cap B$
- $\overline{A \cup \bar{B}}$

SOLUZIONE

a.

233.70

Considerato l'insieme A dei laghi italiani, siano B_i i sottoinsiemi di A in ciascuno dei quali poniamo i laghi che appartengono alla stessa regione. Spiega perché i B_i non costituiscono una partizione di A .

Perché ci sono laghi che confinano con più regioni, quindi i sottoinsiemi B_i non sono a due a due disgiunti.

233.72

Trova in \mathbb{N} il complementare dei numeri dispari.

$$C_{\mathbb{N}}\{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$$

233.73

Dati \mathbb{N} e l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$, trova il complementare di A rispetto ad \mathbb{N} .

$$C_{\mathbb{N}}A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 10\}$$

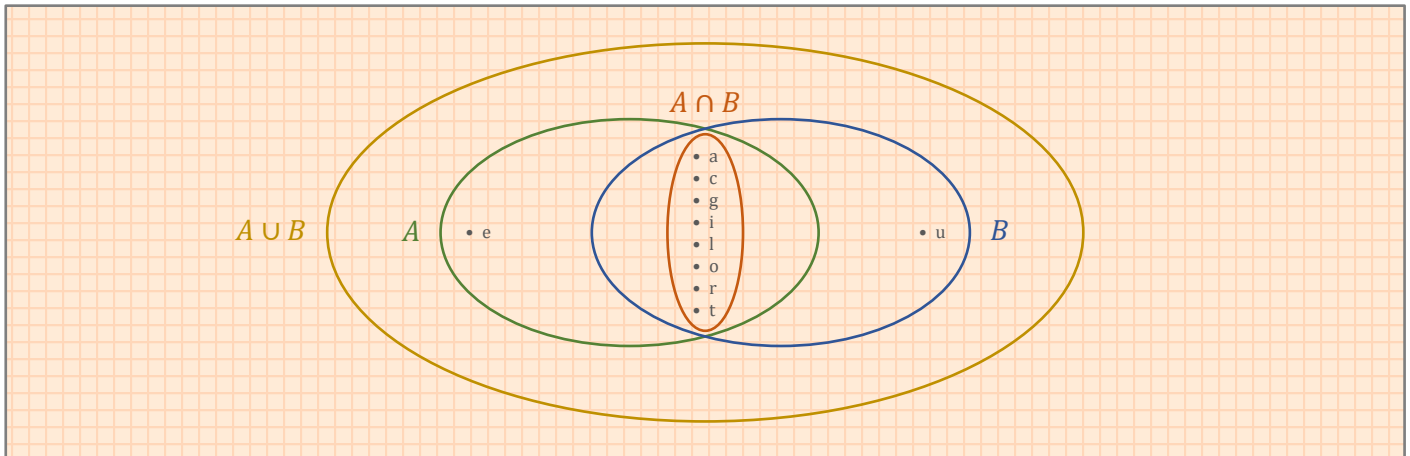
234.74

Considera gli insiemi $A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "agricoltore"}\}$ e $B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "agricoltura"}\}$. Determina, aiutandoti con un diagramma di Eulero-Venn, l'insieme unione e l'insieme intersezione.

SVOLGIMENTO

$$A = \{a, c, e, g, i, l, o, r, t\}$$

$$B = \{a, c, g, i, l, o, r, t, u\}$$



234.75

Dati gli insiemi $A = \{1, 3, 4, 7, 9\}$, $B = \{1, 4, 7\}$, $C = \{3, 5, 6, 8, 9\}$, determina

- $A \cup B$
- $A \cup B \cup C$
- $A \cap B$
- $A \cap C$
- $B \cap C$

SVOLGIMENTO

a. $A \cup B = A = \{1, 3, 4, 7, 9\}$

b. $A \cup B \cup C = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

c. $A \cap B = B = \{1, 4, 7\}$

d. $A \cap C = \{3, 9\}$

e. $B \cap C = \emptyset$

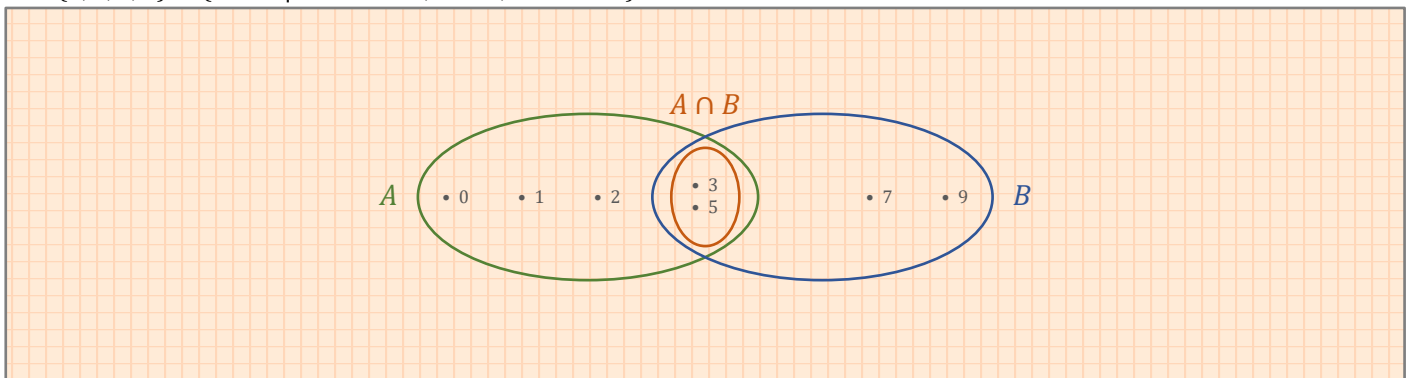
234.76

Dati gli insiemi $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{3, 5, 7, 9\}$, indica la loro proprietà caratteristica, rappresenta i due insiemi con un diagramma di Eulero-Venn e calcola $A \cap B$.

SVOLGIMENTO

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$$

$$B = \{3, 5, 7, 9\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, 3 \leq x \leq 9\}$$



234.77

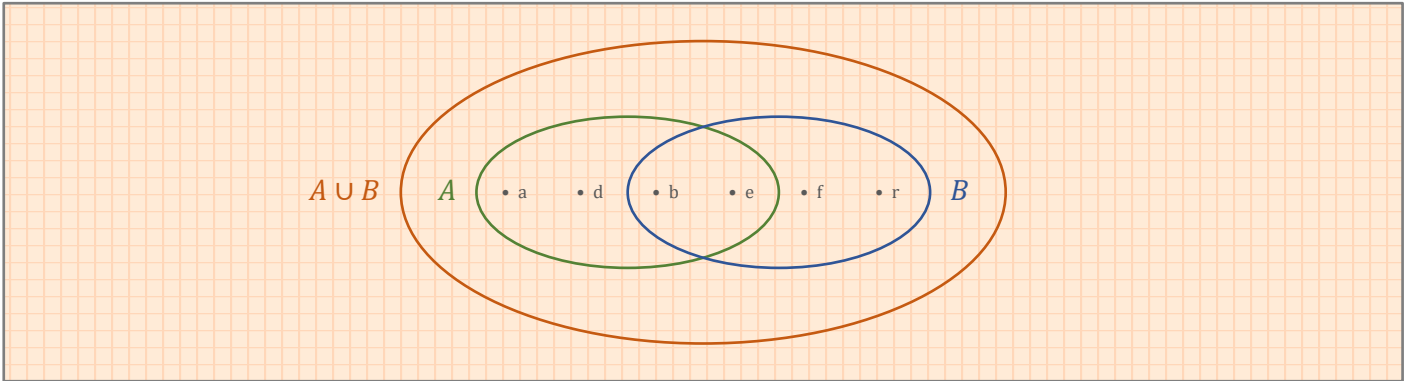
Dati gli elementi $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -28 \leq x \leq 50\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 32 < x \leq 53\}$, calcola $A \cap B$ e rappresentalo mediante la proprietà caratteristica dei suoi elementi.

$$A \cap B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 32 < x \leq 53\}$$

234.78

Dati gli insiemi $A = \{a, b, d, e\}$ e $B = \{b, e, f, r\}$ rappresenta i due insiemi con un diagramma di Eulero-Venn e calcola $A \cup B$.

SVOLGIMENTO



$$A \cup B = \{a, b, d, e, f, r\}$$

234.79

Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 100\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 50 \leq x < 200\}$, calcola $A \cup B$ e rappresentalo mediante la proprietà caratteristica.

$$A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 200\}$$

234.80

Dati $A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "Alberto"}\}$ e $B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "tasse"}\}$, calcola la loro intersezione e la loro unione.

SVOLGIMENTO

$$A = \{a, l, b, e, r, t, o\} = \{a, b, e, l, o, r, t\}$$

$$B = \{t, a, s, e\} = \{a, e, s, t\}$$

$$A \cap B = \{a, e, t\}$$

$$A \cup B = \{a, b, e, l, o, r, s, t\}$$

234.81

Sia $A = \{x \mid x \text{ è un abitante di Rieti}\}$ e $B = \{x \mid x \text{ è un abitante del Lazio}\}$, rappresenta $A \cup B$ e $A \cap B$

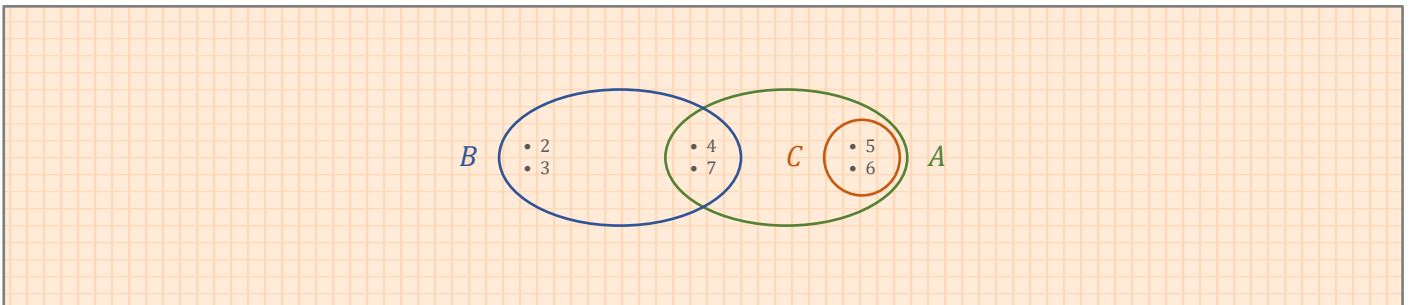
$$A \cup B = B = \{x \mid x \text{ è un abitante del Lazio}\}$$

$$A \cap B = A = \{x \mid x \text{ è un abitante di Rieti}\}$$

234.82

Dati $A = \{4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 7\}$ e $C = \{5, 6\}$, rappresenta nei modi che conosci $A \cup (B \cup C)$, $A \cap (B \cup C)$, $B \cup (A \cap C)$, $(A \cap B) \cap C$.

SVOLGIMENTO



$$A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 7\}$$

$$A \cap (B \cup C) = A = \{4, 5, 6, 7\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 7\}$$

$$B \cup (A \cap C) = B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 7\}$$

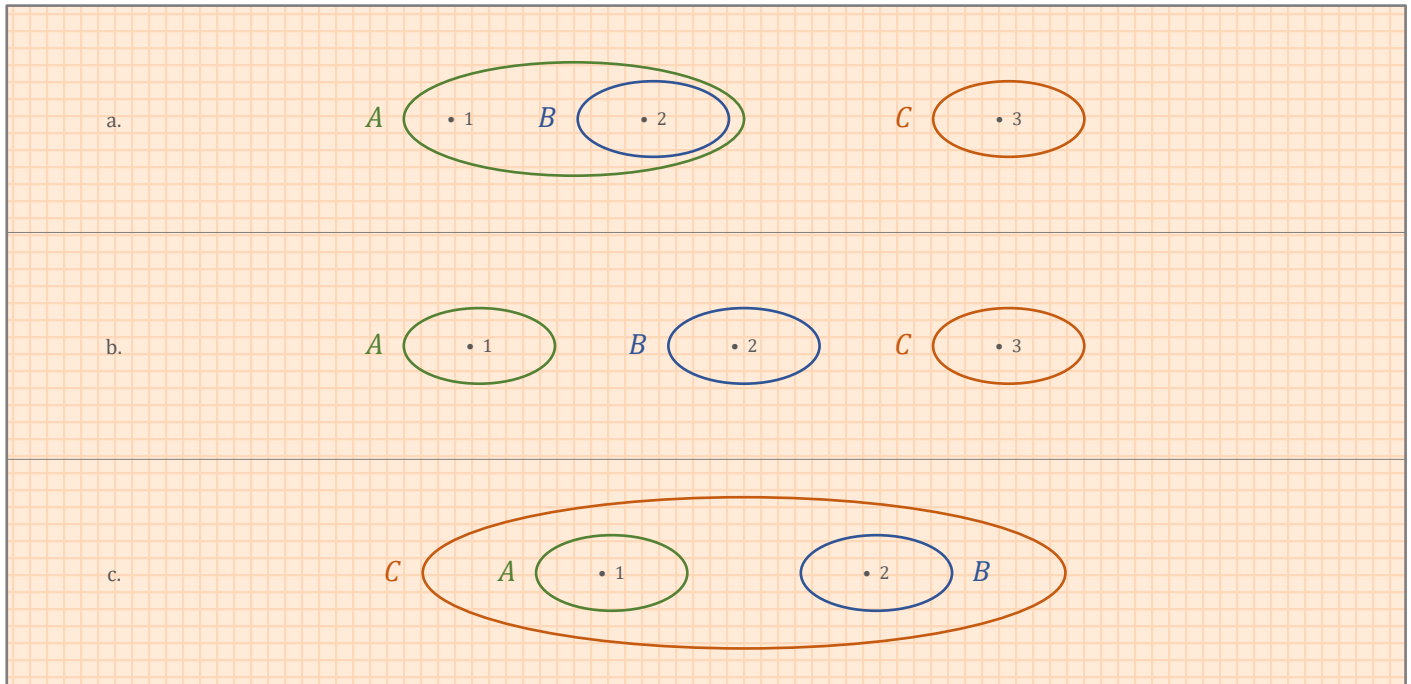
$$(A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C = \emptyset$$

234.83

Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn almeno una possibilità nella quale fra gli insiemi A , B e C valgano le seguenti relazioni:

- a. $B \subset A$ $B \not\subset C$
 b. $A \not\subset C$ $B \not\subset C$ $B \cap C \neq \emptyset$
 c. $A \subset C$ $A \cup B = C$

SVOLGIMENTO



234.84

Dati $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un numero pari}\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un multiplo di } 4\}$ e $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un multiplo di } 3\}$, rappresenta:

- a. $A \cap B$
 b. $A \cup B$
 c. $A \cup (B \cap C)$
 d. $A \cap B \cap C$

SVOLGIMENTO

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}\}$

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, n \in \mathbb{N}\}$

- a. $A \cap B = B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}\}$
 b. $A \cup B = A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$
 c. $A \cup (B \cap C) = A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$
 d. $A \cap B \cap C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 12n, n \in \mathbb{N}\}$

234.85

Considera l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x < 30\}$ e i sottoinsiemi B e C formati rispettivamente dai multipli di 4 e di 6. Rappresenta $B \cup C$ e $B \cap C$.

SVOLGIMENTO

a. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x < 30\} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29\}$

b. $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}\} = \{8, 12, 16, 20, 24, 28\}$

c. $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 6n, n \in \mathbb{N}\} = \{6, 12, 18, 24\}$

d. $B \cup C = \{6, 8, 12, 16, 18, 20, 24, 28\}$

e. $B \cap C = \{12, 24\}$

234.86

Dati $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un numero pari minore di } 10\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un divisore di } 7\}$, determina la loro unione e la loro intersezione.

SVOLGIMENTO

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 7\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

234.87

Dati $A = \{x \mid x \text{ è un ragazzo della tua classe più alto di Mario}\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un ragazzo della tua classe più basso di Mario}\}$, quali delle seguenti scritte è corretta?

a. $A \cap B = \{\text{Mario}\}$

b. $A \cap B = \emptyset$

SOLUZIONE

b.

234.88

Sia A l'insieme degli alunni delle classi prime della tua scuola; indica con B l'insieme dei ragazzi della scuola che praticano almeno uno sport e con C quello dei ragazzi che hanno la sufficienza in matematica. Stabilisci che cosa rappresentano i seguenti insiemi:

a. $A \cap B$

b. $B \cap C$

c. $A \cap (B \cup C)$

d. $A \cap (B \cap C)$

SVOLGIMENTO

a. $A \cap B = \{x \mid x \text{ è un alunno delle classi prime che pratica almeno uno sport}\}$

b. $B \cap C = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola che pratica almeno uno sport e che ha la sufficienza in matematica}\}$

c. $A \cap (B \cup C) = \{x \mid x \text{ è un alunno delle classi prime che pratica almeno uno sport o che ha la sufficienza in matematica}\}$

d. $A \cap (B \cap C) = \{x \mid x \text{ è un alunno delle classi prime che pratica almeno uno sport e che ha la sufficienza in matematica}\}$

234.89

Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$, $B = \{0, 2, 8, 16\}$ e $C = \{1, 2, 3\}$, calcola:

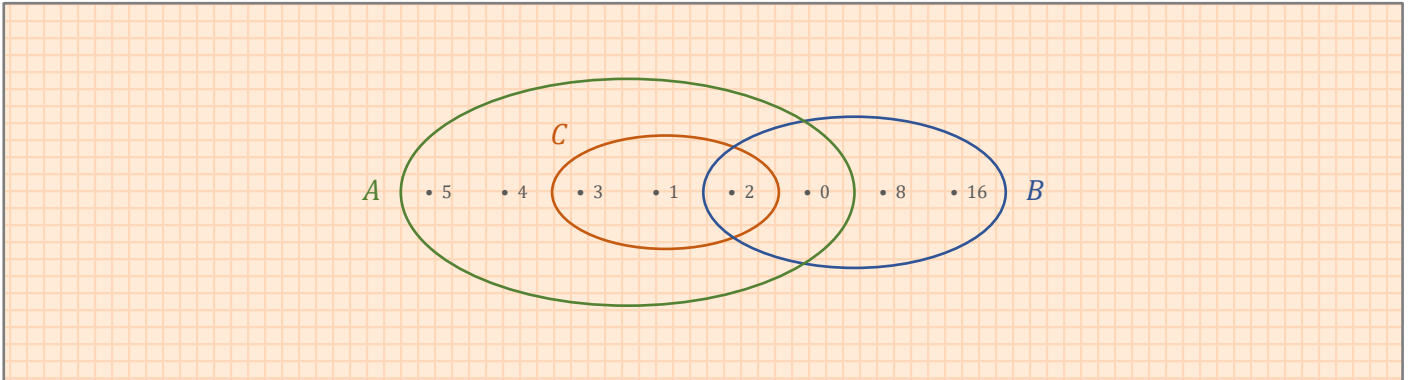
- $A \cap B$
- $A \cup (B \cap C)$
- $(A \cap C) \cup B$
- $\overline{(A \cup C)} \cap B$
- $\overline{A \cap B}$
- $\overline{A} \cup \overline{B}$

SVOLGIMENTO

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{0, 2, 8, 16\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

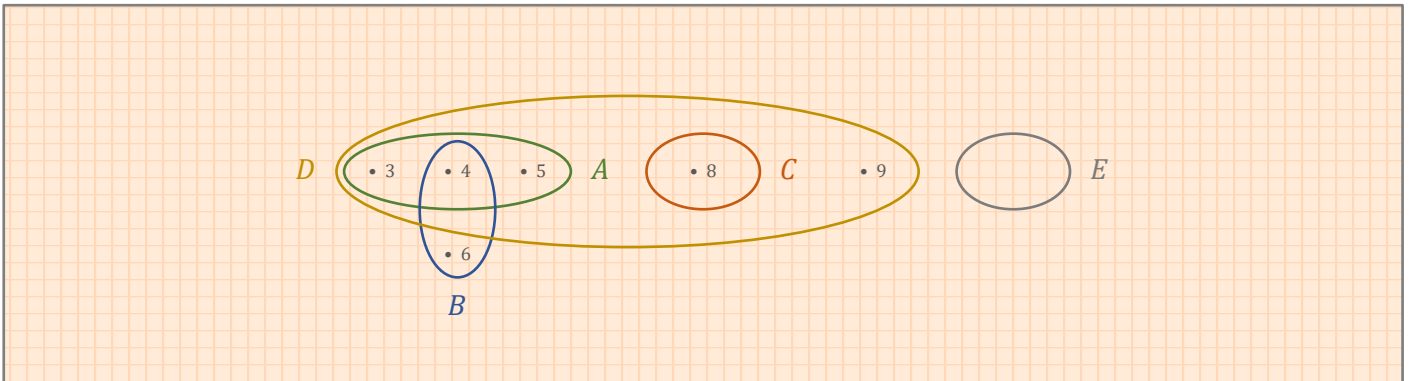


- $A \cap B = \{0, 2\}$
- $A \cup (B \cap C) = A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- $(A \cap C) \cup B = \{0, 1, 2, 3, 8, 16\}$
- $\overline{(A \cup C)} \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \neq 0 \wedge x \neq 2\}$
- $\overline{A \cap B} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \neq 0 \wedge x \neq 2\}$
- $\overline{A} \cup \overline{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \neq 0 \wedge x \neq 2\}$

235.90

Dati $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{4, 6\}$, $C = \{8\}$, $D = \{3, 4, 5, 8, 9\}$, $E = \emptyset$, $F = \mathbb{N}$ (insieme dei numeri naturali), ricopia le seguenti tabelle sul quaderno e completa, scrivendo gli elementi degli insiemi richiesti:

SVOLGIMENTO



\cap	A	B	C	D	E	F
A	A	$\{4\}$	\emptyset	A	E	A
B	$\{4\}$	B	\emptyset	$\{4\}$	E	B
C	\emptyset	\emptyset	C	C	E	C
D	A	$\{4\}$	C	D	E	D
E	E	E	E	E	E	E
F	A	B	C	D	E	F

\cup	A	B	C	D	E	F
A	A	$\{3, 4, 5, 6\}$	$\{3, 4, 5, 8\}$	D	A	F
B	$\{3, 4, 5, 6\}$	B	$\{4, 6, 8\}$	$\{3, 4, 5, 6, 8, 9\}$	B	F
C	$\{3, 4, 5, 8\}$	$\{4, 6, 8\}$	C	D	C	F
D	D	$\{3, 4, 5, 6, 8, 9\}$	D	D	D	F
E	A	B	C	D	E	F
F	F	F	F	F	F	F

235.92

Dati gli insiemi A delle carte di fiori di un mazzo da gioco e B delle figure dello stesso mazzo, calcola gli insiemi $A - B$ e $B - A$.

$A - B = \{x \mid x \text{ è una carta di fiori da 1 a 10}\}$

$B - A = \{x \mid x \text{ è una figura di cuori, quadri o picche}\}$

235.93

Sia P l'insieme dei numeri pari e M l'insieme dei multipli di 3. Quali sono gli elementi di $P - M$ e di $M - P$?

SVOLGIMENTO

$P = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$

$M = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, n \in \mathbb{N}\}$

$P - M = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, x \neq 3n, n \in \mathbb{N}\} = \{x \mid x \text{ è un numero pari ma non è un multiplo di 3}\}$

$M - P = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, x \neq 2n, n \in \mathbb{N}\} = \{x \mid x \text{ è un multiplo di 3 ma non è un numero pari}\}$

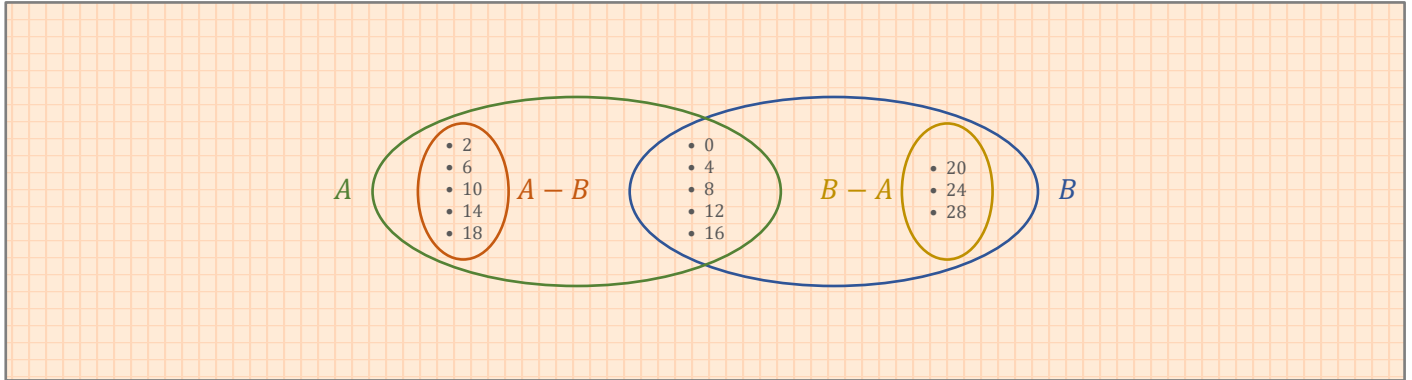
235.94

Sia A l'insieme dei numeri pari minori di 20 e B l'insieme dei multipli di 4 minori di 30. Calcola e rappresenta nel modo che preferisci $A - B$ e $B - A$.

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}, x < 20\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}, x < 30\} = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$$



$$A - B = \{2, 6, 10, 14, 18\}$$

$$B - A = \{20, 24, 28\}$$

235.95

Sia A l'insieme delle persone di nazionalità italiana e sia B l'insieme delle persone residenti in Calabria. Dopo aver calcolato $A - B$, specifica se l'insieme ottenuto è il complementare di B rispetto ad A .

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \mid x \text{ è una persona di nazionalità italiana}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ è una persona residente in Calabria}\}$$

$$A - B = \{x \mid x \text{ è una persona di nazionalità non residente in Calabria}\} = C_A B$$

L'insieme ottenuto è il complementare di B rispetto ad A , perché B è un sottoinsieme proprio di A .

235.96

Dato l'insieme $A = \{3, 8, 9, 14, 15, 18\}$ ed il sottoinsieme B di A dei multipli di 2, calcola $A - B$.

SVOLGIMENTO

$$A = \{3, 8, 9, 14, 15, 18\}$$

$$B = \{8, 14, 18\}$$

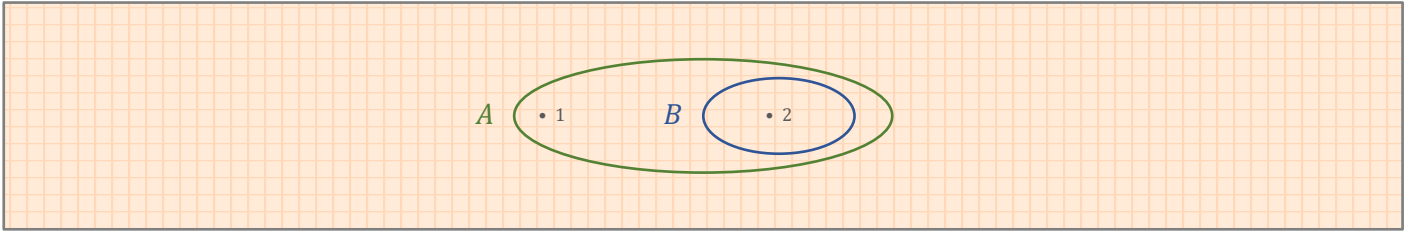
$$A - B = \{3, 9, 15\}$$

235.97

Dimostra, servendoti dei diagrammi di Eulero-Venn, che, qualunque siano gli insiemi A e B , $A - (A - B) = A \cap B$.

SVOLGIMENTO

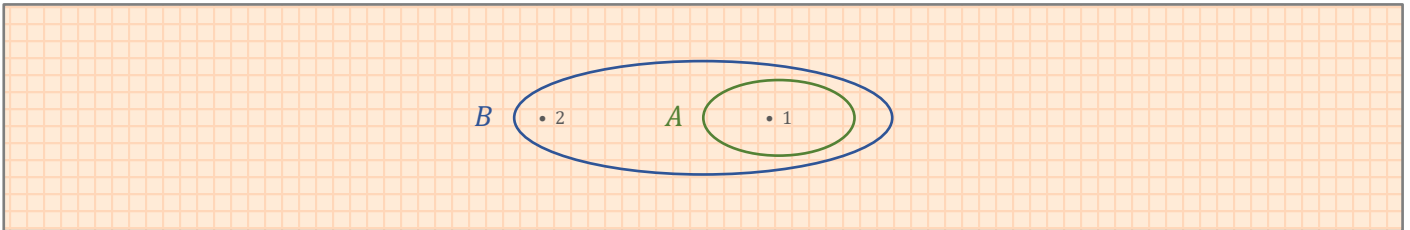
1° caso, l'insieme B è un sottoinsieme proprio dell'insieme A .



$$A - (A - B) = \{1, 2\} - \{1\} = \{2\}$$

$$A \cap B = B = \{2\}$$

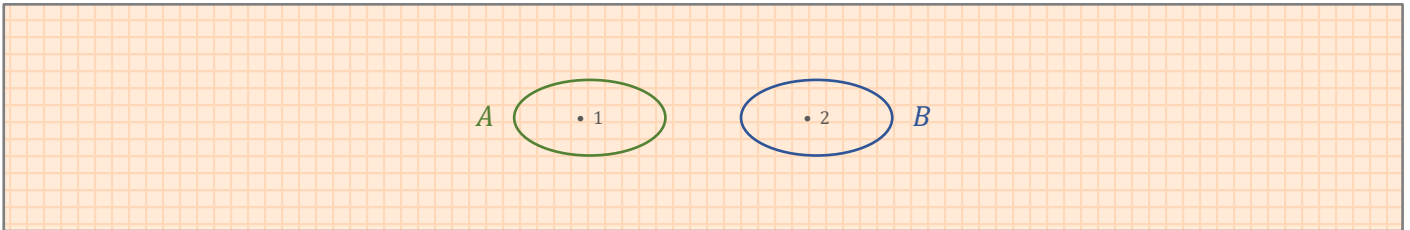
2° caso, l'insieme A è un sottoinsieme proprio dell'insieme B .



$$A - (A - B) = \{1\} - \emptyset = \{1\}$$

$$A \cap B = A = \{1\}$$

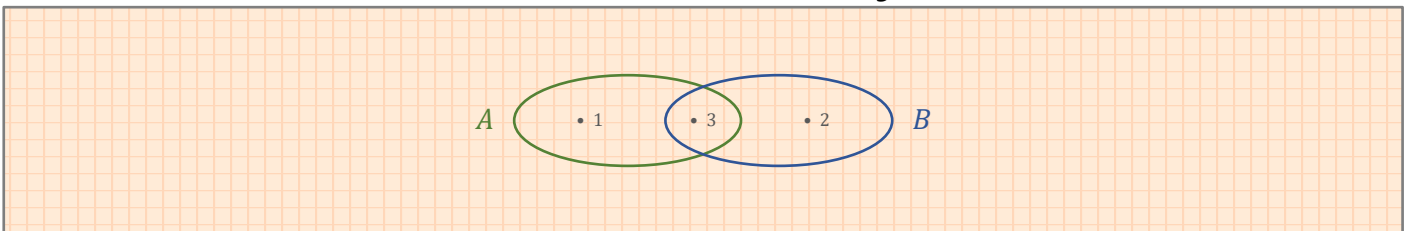
3° caso, gli insiemi A e B sono disgiunti (non hanno elementi in comune).



$$A - (A - B) = A - A = \emptyset$$

$$A \cap B = \emptyset$$

4° caso, l'insieme A è diverso dall'insieme B , ma i due insiemi non sono disgiunti.



$$A - (A - B) = \{1, 3\} - \{1\} = \{3\}$$

$$A \cap B = \{3\}$$

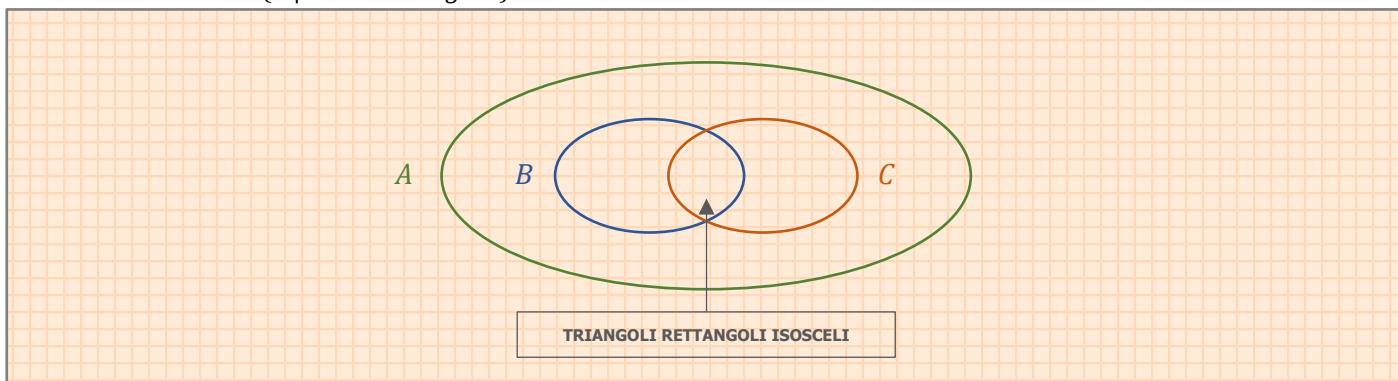
236.99

Dati $A = \{x \mid x \text{ è un triangolo}\}$, $B = \{x \mid x \text{ è un triangolo isoscele}\}$ e $C = \{x \mid x \text{ è un triangolo rettangolo}\}$, scrivi la proprietà caratteristica che definisce i seguenti insiemi e poi rappresentali con un diagramma di Eulero-Venn:

- $A \cap B$
- $A \cup B$
- $(A \cup B) \cap C$
- $(A \cap B) \cap C$
- $A \cup B \cup C$

SVOLGIMENTO

- $A \cap B = B = \{x \mid x \text{ è un triangolo isoscele}\}$
- $A \cup B = A = \{x \mid x \text{ è un triangolo}\}$
- $(A \cup B) \cap C = A \cap C = C = \{x \mid x \text{ è un triangolo rettangolo}\}$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{ è un triangolo rettangolo isoscele}\}$
- $A \cup B \cup C = A = \{x \mid x \text{ è un triangolo}\}$

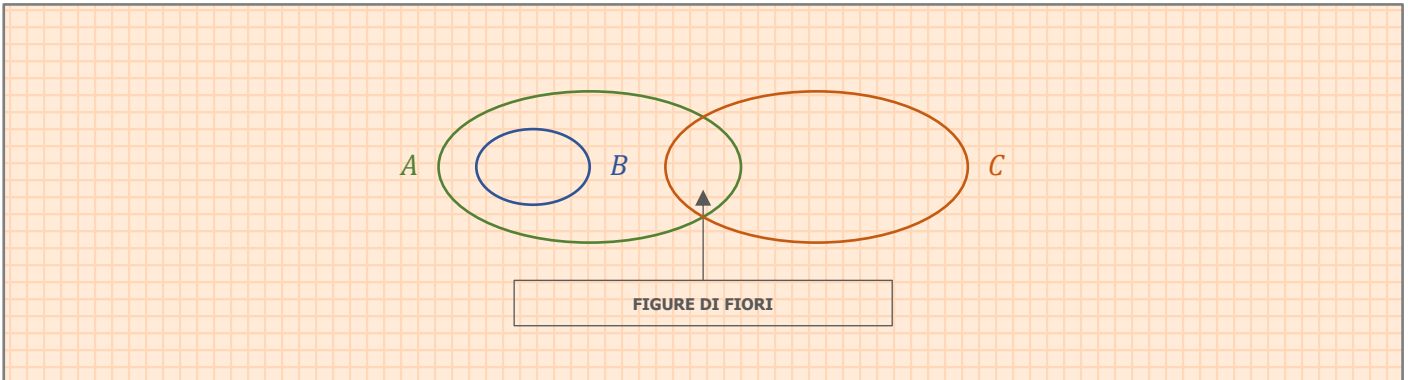


236.100

Considerando come insieme ambiente quello delle carte da gioco, siano A l'insieme i cui elementi sono individuati dalla proprietà caratteristica p : "essere una figura", B l'insieme i cui elementi sono individuati dalla proprietà caratteristica q : "essere una figura di cuori", C l'insieme i cui elementi sono individuati dalla proprietà caratteristica r : "essere una carta di fiori". Dopo aver rappresentato i tre insiemi con un diagramma di Eulero-Venn calcola:

- $A \cap B$
- $A \cup B$
- $A \cap C$
- $A \cap B \cap C$
- $C - A$
- $A - B$

SVOLGIMENTO



$$A = \{x \mid x \text{ è una figura}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ è una figura di cuori}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ è una carta di fiori}\}$$

- $A \cap B = \{x \mid x \text{ è una figura di cuori}\}$
- $A \cup B = \{x \mid x \text{ è una figura}\}$
- $A \cap C = \{x \mid x \text{ è una figura di fiori}\}$
- $A \cap B \cap C = \emptyset$
- $C - A = \{x \mid x \text{ è una carta di fiori da 1 a 10}\}$
- $A - B = \{x \mid x \text{ è una figura di quadri, picche o fiori}\}$

236.101

Dati $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 12\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 12 \text{ e } x \text{ è pari}\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 15\}$, scrivi la proprietà caratteristica che definisce i seguenti insiemi:

- $(A \cup B) \cup C$
- $(A \cap B) \cup C$
- $A \cap (B \cup C)$

Dopo averli rappresentati per elencazione, indica quali delle seguenti scritture sono vere:

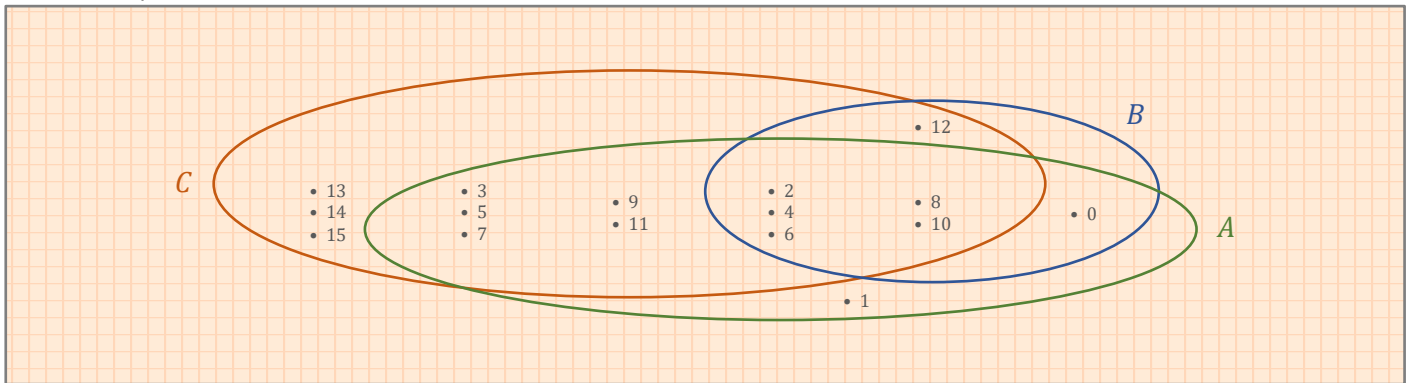
- $9 \in A \cup B$
- $B \subset C$
- $5 \in A \cap B$
- $B \subset (A \cap B) \cup C$

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 12\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 12, x = 2n, n \in \mathbb{N}\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 15\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$



- $(A \cup B) \cup C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 15\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 - $(A \cap B) \cup C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 15, x \neq 1\} = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 - $A \cap (B \cup C) = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
- $9 \in A \cup B$
vero
 - $B \subset C$
falso
 - $5 \in A \cap B$
falso
 - $B \subset (A \cap B) \cup C$
vero

236.105

Dati A e B con $A \subseteq B$, completa le seguenti uguaglianze:

- $A \cup \bar{A} = B$
- $\bar{B} = U - B$
- $A \cap \bar{A} = \emptyset$
- $\bar{\bar{A}} = A$
- $\emptyset = \emptyset$

dove con il simbolo $\bar{\bar{A}}$ si intende il complementare del complementare di A .

236.106

Siano dati l'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali e il suo sottoinsieme P dei numeri pari. Completa le seguenti uguaglianze:

- $P \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$
- $P \cap \mathbb{N} = P$
- $(P \cap \mathbb{N}) \cap \bar{P} = \emptyset$
- $(P \cap \bar{P}) \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$
- $(P \cap \bar{P}) \cup \emptyset = \emptyset$
- $(P \cup \bar{P}) \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$
- $(P \cup \bar{P}) \cup \emptyset = \mathbb{N}$
- $(P \cup \mathbb{N}) \cup \bar{P} = \mathbb{N}$

236.107

Siano dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x \leq 12\}$; su un insieme C si hanno poi le seguenti informazioni: $B \cap C = \{7, 8\}$, $C - B = \{5, 6\}$. Determina gli elementi degli insiemi:

- C
- $A \cap C$
- $B \cup C$

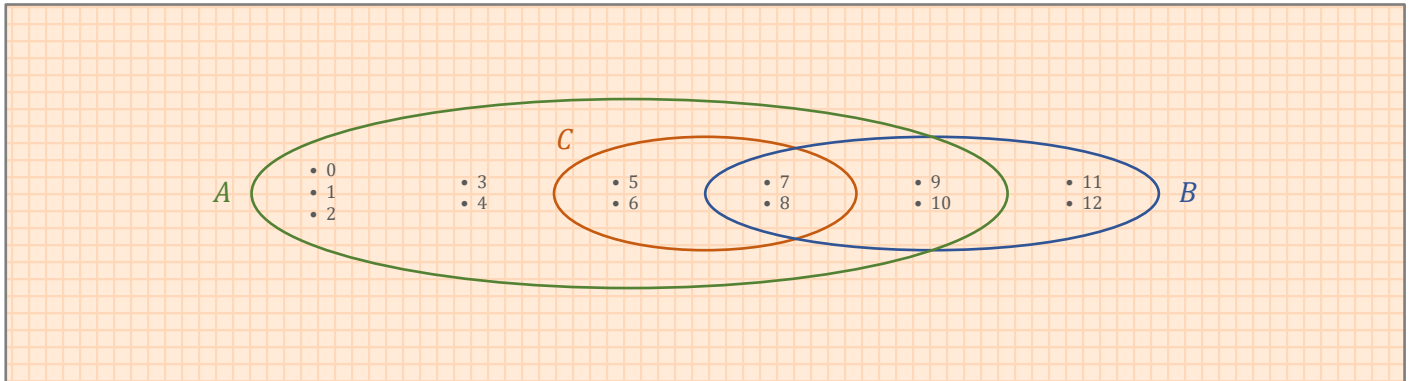
SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x \leq 12\} = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$B \cap C = \{7, 8\}$$

$$C - B = \{5, 6\}$$



- $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x \leq 7\} = \{5, 6, 7, 8\}$
- $A \cap C = C = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x \leq 7\} = \{5, 6, 7, 8\}$
- $B \cup C = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x \leq 12\} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

237.108

Sia $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40\}$ e siano A e B i sottoinsiemi di U costituiti rispettivamente dai numeri pari e dai numeri dispari. Determina e rappresenta:

- $C_U A$
- $C_U B$
- $C_U(A \cap B)$
- $C_U(A \cup B)$
- $U - A$
- $U - B$

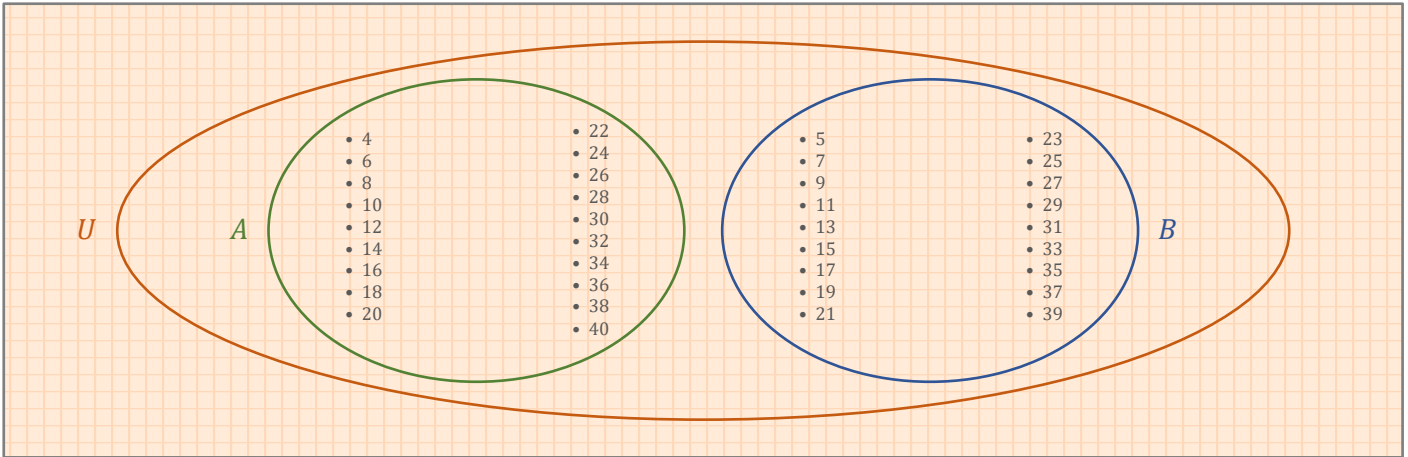
SVOLGIMENTO

$$U = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40\}$$

$$= \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40, x = 2n, n \in \mathbb{N}\} = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40, x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\} = \{5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39\}$$



- $C_U A = B = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40, x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\} = \{5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39\}$
- $C_U B = A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40, x = 2n, n \in \mathbb{N}\} = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40\}$
- $C_U(A \cap B) = U = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40\} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40\}$
- $C_U(A \cup B) = \emptyset$
- $U - A = B = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40, x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\} = \{5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39\}$
- $U - B = A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 40, x = 2n, n \in \mathbb{N}\} = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40\}$

237.109

Se A è un insieme formato da 7 elementi e B è un insieme formato da 8 elementi, puoi dire da quanti elementi è formato l'insieme $A \cup B$?

No.

Per effettuare questo calcolo è corretto addizionare il numero degli elementi di A col numero degli elementi di B ?

No.

Costruisci degli esempi appropriati.

Gli insiemi A e B potrebbero avere degli elementi in comune che vanno conteggiati una sola volta.

Per esempio:

Se $A = \{0, 1, 2, 3\}$, l'insieme è formato da 4 elementi.

Se $B = \{2, 3, 4, 5\}$, l'insieme è formato da 4 elementi.

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, l'insieme è formato da 6 elementi. I numeri 2 e 3 appartengono a entrambi gli insiemi e vanno considerati una sola volta.

237.110

Di tre insiemi A , B , e C si sa che hanno rispettivamente 25, 24 e 18 elementi; si sa inoltre che $A \cap B$ ne ha 12, che $B \cap C$ ne ha 8, che $A \cap C$ ne ha 3 e che $A \cup B \cup C$ ne ha 47. Qual è il numero degli elementi di $A \cap B \cap C$?

SVOLGIMENTO

Se sommiamo il numero degli elementi di tutti e tre gli insiemi presi singolarmente (A , B e C) otteniamo come risultato 67 (ovvero $25+24+18$). Tuttavia, noi conosciamo la quantità reale degli elementi di tutti e tre gli insiemi dalla loro unione: l'insieme $A \cup B \cup C$ è formato da 47 elementi. Gli elementi che quindi appartengono solo alle intersezioni ($A \cap B$, $B \cap C$ e $A \cap C$) sono **20** (ovvero $67-47$).

Se sommiamo gli elementi di tutte le intersezioni degli insiemi ($A \cap B$, $B \cap C$ e $A \cap C$) otteniamo come risultato 23 (ovvero $12+8+3$), ma noi sappiamo che la quantità reale degli elementi presenti nelle intersezioni è pari a 20 dal passaggio precedente. Quindi gli elementi in comune a tutte e tre le intersezioni ($A \cap B \cap C$) sono **3** (ovvero $23-20$).

Se $A \cap B$ è composto da 12 elementi, gli elementi che appartengono ad $(A \cap B) - (A \cap B \cap C)$ sono 9 (ovvero $12-3$).

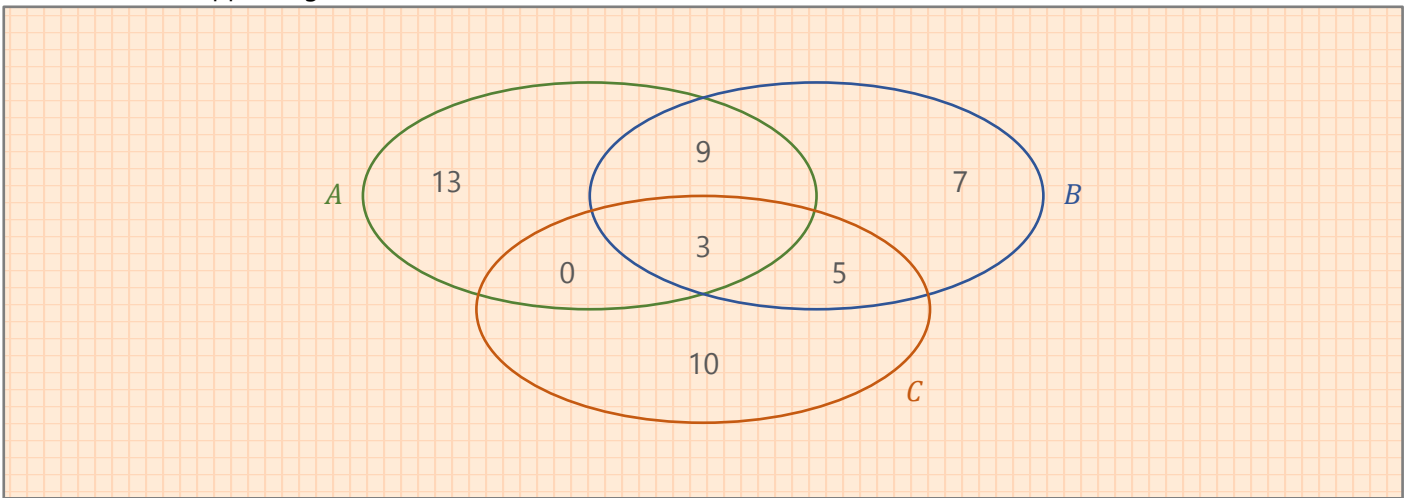
Se $B \cap C$ è composto da 8 elementi, gli elementi che appartengono a $(B \cap C) - (A \cap B \cap C)$ sono 5 (ovvero $8-3$).

Se $A \cap C$ è composto da 3 elementi, gli elementi che appartengono a $(A \cap C) - (A \cap B \cap C)$ sono 0 (ovvero $3-3$).

Gli elementi che appartengono esclusivamente all'insieme A sono $25 - (9 + 3)$, ovvero 13.

Gli elementi che appartengono esclusivamente all'insieme B sono $24 - (9 + 3 + 5)$, ovvero 7.

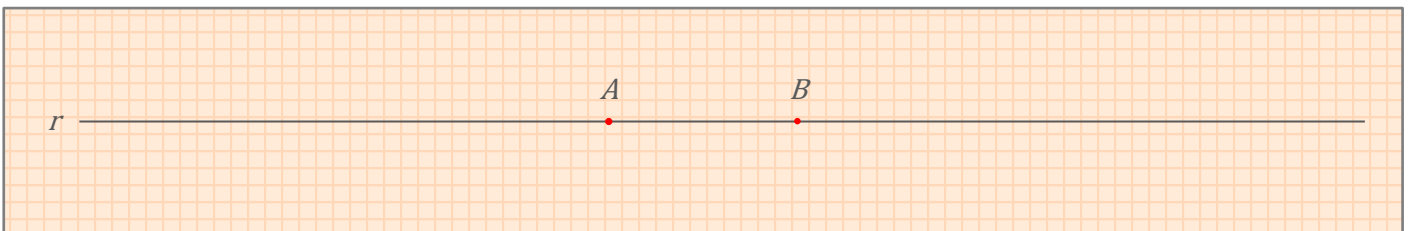
Gli elementi che appartengono esclusivamente all'insieme C sono $18 - (3 + 5)$, ovvero 10.



237.112

Data una retta r e due suoi punti, come puoi costruire una partizione dell'insieme formato dai punti di r ?

SVOLGIMENTO



$$r_1 = \{x \mid x \text{ è un punto della retta che precede il punto } A\}$$

$$r_2 = \{x \mid x \text{ è un punto della retta compreso tra i punti } A \text{ e } B, \text{ estremi inclusi}\}$$

$$r_3 = \{x \mid x \text{ è un punto della retta che segue il punto } B\}$$

Tutti questi insiemi sono formati da un numero infinito di elementi.

237.113

Indica almeno un modo per operare una partizione dei seguenti insiemi:

- insieme delle carte da gioco
raggruppando le carte per seme (cuori, quadri, fiori, picche)
- insieme dei numeri di telefono dei tuoi conoscenti
dividendo i numeri presenti in rubrica per lettera iniziale del cognome
- insieme degli studenti di una scuola
dividendo gli studenti dell'istituto in classi
- insieme dei cittadini italiani
dividendo i cittadini italiani per luogo di residenza
- insieme dei libri di testo scolastici
dividendo i libri di testo scolastici per materia

237.114

Stabilisci se i sottoinsiemi $S_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid 30 \leq x \leq 50\}$ e $S_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 30\}$ costituiscono una partizione dell'insieme $I = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$. Motiva la risposta.

SVOLGIMENTO

$$I = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$$

$$S_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid 30 \leq x \leq 50\}$$

$$S_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 30\}$$

$$S_1 \cap S_2 = \{30\}$$

Gli insiemi S_1 e S_2 non costituiscono una partizione dell'insieme I perché sono tra di loro disgiunti. Il numero 30 appartiene a entrambi gli insiemi.

237.115

Dato l'insieme $T = \{x \mid x \text{ è un poligono di tre lati}\}$, considera i sottoinsiemi dai triangoli ottusangoli, dai triangoli acutangoli e dai triangoli rettangoli. Hai costruito una partizione di T ?

No, perché un triangolo può essere sia acutangolo, sia rettangolo/ottusangolo, a seconda dell'angolo che si prende come riferimento nella figura geometrica. Quindi i sottoinsiemi dei triangoli ottusangoli, acutangoli e rettangoli non sono disgiunti (hanno degli elementi in comune).

238.116

Dati gli insiemi A e B non vuoti, definisci l'insieme $C = A \times B$. Se a è un elemento dell'insieme A e b è un elemento dell'insieme B , indica quali fra le seguenti scritte sono corrette:

- $A \subset C$
- $(a, b) \in C$
- $(a, b) \subset C$
- $\{(a, b)\} \subset C$
- $(a, b) \in A \cap B$
- $(a, b) \in A \cup B$

SOLUZIONE

b, d (se A o B è formato da più di un elemento).

238.117

Sia $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$, dell'insieme A^2 si può dire che:

- è l'insieme $\{0, 1, 4, 9, 16\}$,
- definisce il prodotto cartesiano $A \times A$,
- ha 16 elementi,
- ha 25 elementi.

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A^2 = A \times A = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$$

- falso
- vero
- falso
- vero

238.118

Il prodotto cartesiano $A \times B$ è l'insieme vuoto se:

- a. entrambi gli insiemi A e B sono vuoti,
- b. almeno uno dei due insiemi è vuoto,
- c. uno dei due insiemi ha come unico elemento il numero *zero*,
- d. almeno uno dei due insiemi ha fra i suoi elementi il numero *zero*.

Ci sono risposte corrette tra quelle date?

Sì.

Se sì, quali?

a, b.

238.119

Se gli elementi di $A \times B$ sono 54 e quelli di B^2 sono 81, da quanti elementi è formato l'insieme A ?

- a. 6
- b. 8
- c. 9
- d. non si può stabilire

SVOLGIMENTO

Se B^2 è formato da 81 elementi, B è formato da 9 elementi.

Se $A \times B$ è formato da 56 elementi, A è formato da 6 elementi ($56 : 9$).

La risposta corretta è la **a**.

238.120

Se a un torneo di calcio partecipano quattro squadre, il numero degli incontri, fra le gare di andata e quelle di ritorno, è:

- a. 6
- b. 12
- c. 15
- d. 8

SOLUZIONE

b.

238.121

Esistono casi in cui $A \times B = B \times A$?

Sì.

Se sì, quali?

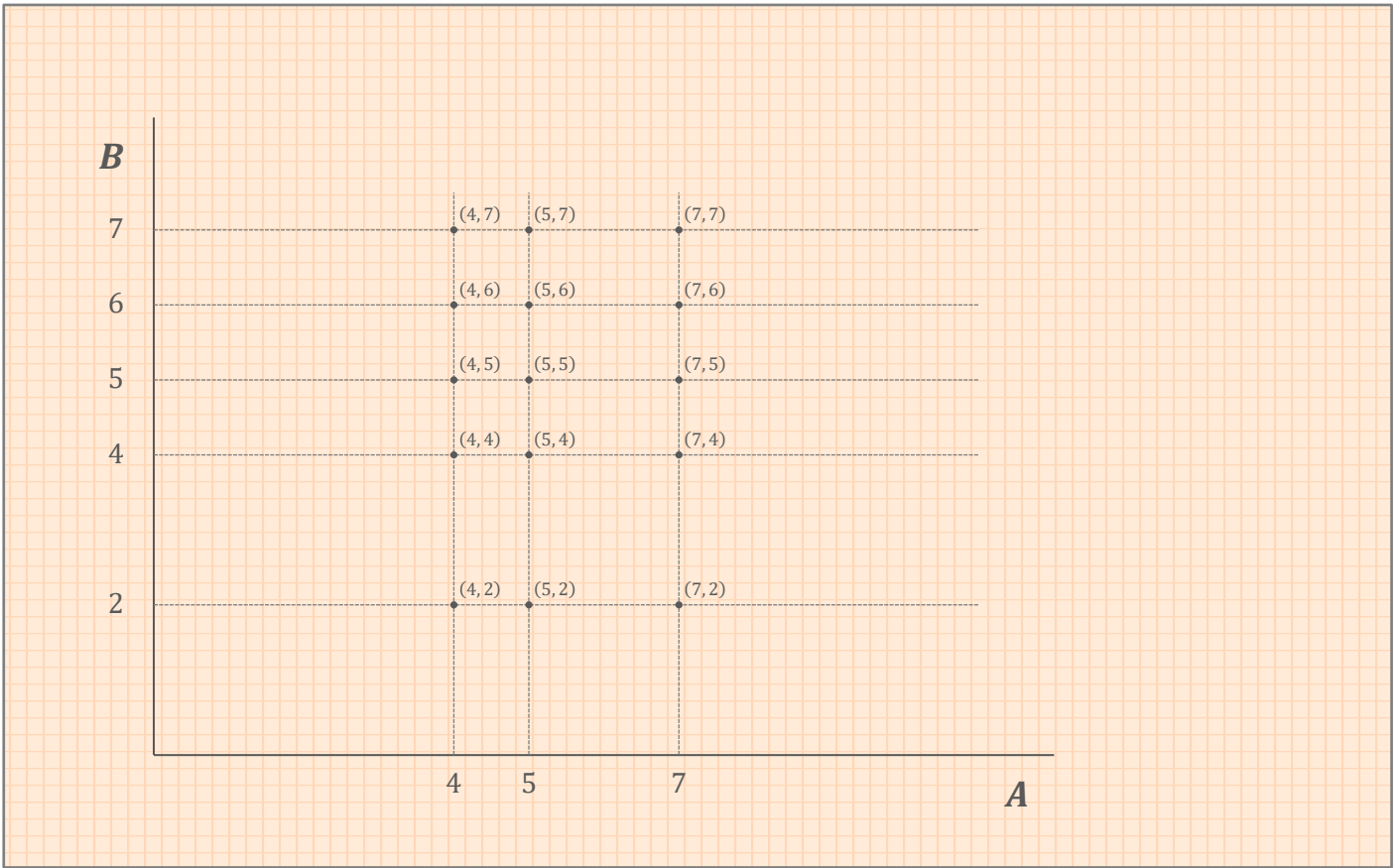
Quando $A = B$.

238.123

Dati gli insiemi $A = \{4, 5, 7\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6, 7\}$ calcola $A \times B$ e rappresentalo nei modi che conosci.

SVOLGIMENTO

$$A \times B = \{(4, 2), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 2), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (5, 7), (7, 2), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\}$$



238.124

Dati gli insiemi A dei multipli di 3 minori di 16 e B dei divisori di 8, dopo aver rappresentato i due insiemi nel modo che ritieni più opportuno, verifica che $A \times B \neq B \times A$.

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, n \in \mathbb{N}, x < 16\} = \{0, 3, 6, 9, 12, 15\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \cdot n = 8, n \in \mathbb{N}\} = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$A \times B = \{(0, 1), (0, 2), (0, 4), (0, 8), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 8), (6, 1), (6, 2), (6, 4), (6, 8), (9, 1), (9, 2), (9, 4), (9, 8), (12, 1), (12, 2), (12, 4), (12, 8), (15, 1), (15, 2), (15, 4), (15, 8)\}$$

$$B \times A = \{(1, 0), (1, 3), (1, 6), (1, 9), (1, 12), (1, 15), (2, 0), (2, 3), (2, 6), (2, 9), (2, 12), (2, 15), (4, 0), (4, 3), (4, 6), (4, 9), (4, 12), (4, 15), (8, 0), (8, 3), (8, 6), (8, 9), (8, 12), (8, 15)\}$$

$$A \times B \neq B \times A$$

238.125

Dati $A \times B = \{(a, 7), (b, 7)\}$, scrivi l'insieme A e l'insieme B .

$$A = \{a, b\}$$

$$B = \{7\}$$

238.126

Dati $A = \{x \mid x \text{ è un multiplo di } 5 \text{ e } x < 4\}$ e $B = \{x \mid x \text{ è dispari e } x < 7\}$, calcola $A \times B$.

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 5n, n \in \mathbb{N}, x < 4\} = \{0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, x < 7\} = \{1, 3, 5\}$$

$$A \times B = \{(0, 1), (0, 3), (0, 5)\}$$

238.127

a. Dato l'insieme $A = \{x, y\}$ e l'insieme $B = \{t, v\}$, calcola $A \times B$ e conta gli elementi che lo formano.

$$A \times B = \{(x, t), (x, v), (y, t), (y, v)\}$$

L'insieme $A \times B$ è formato da 4 coppie ordinate di elementi.

b. Dato l'insieme $C = \{x\}$ e $D = \{a, b, c\}$, calcola $C \times D$ e conta gli elementi che lo formano.

$$C \times D = \{(x, a), (x, b), (x, c)\}$$

L'insieme $C \times D$ è formato da 3 coppie ordinate di elementi.

c. Conta gli elementi dell'insieme $A \times B$ dell'esercizio 123.

L'insieme $A \times B$ dell'esercizio 123 è formato da 15 coppie ordinate di elementi.

Cosa puoi dedurre da questi 3 esempi? C'è una relazione fra il numero degli elementi degli insiemi A e B e il numero degli elementi dell'insieme $A \times B$?

Il numero degli elementi dell'insieme $A \times B$ è dato dal prodotto del numero degli elementi dell'insieme A per il numero degli elementi dell'insieme B .

239.128

Se l'insieme $A \times B$ ha 5 elementi, da quanti elementi possono essere costituiti gli insiemi A e B ?

L'insieme A da un elemento e l'insieme B da cinque elementi, oppure l'insieme A da cinque elementi e l'insieme B da un elemento.

239.129

Se l'insieme $A \times B$ ha sei elementi, che cosa si può dire dell'insieme A e dell'insieme B ?

Se l'insieme A è formato da **un** elemento, l'insieme B è formato da **sei** elementi.

Se l'insieme A è formato da **due** elementi, l'insieme B è formato da **tre** elementi.

Se l'insieme A è formato da **tre** elementi, l'insieme B è formato da **due** elementi.

Se l'insieme A è formato da **sei** elementi, l'insieme B è formato da **un** elemento.

239.130

Dato l'insieme $A \times B = \{(Carlo, Lucia), (Carlo, Anna), (Mario, Lucia), (Mario, Anna), (Beppe, Lucia), (Beppe, Anna)\}$, determina gli insiemi A e B .

$$A = \{Carlo, Mario, Beppe\}$$

$$B = \{Lucia, Anna\}$$

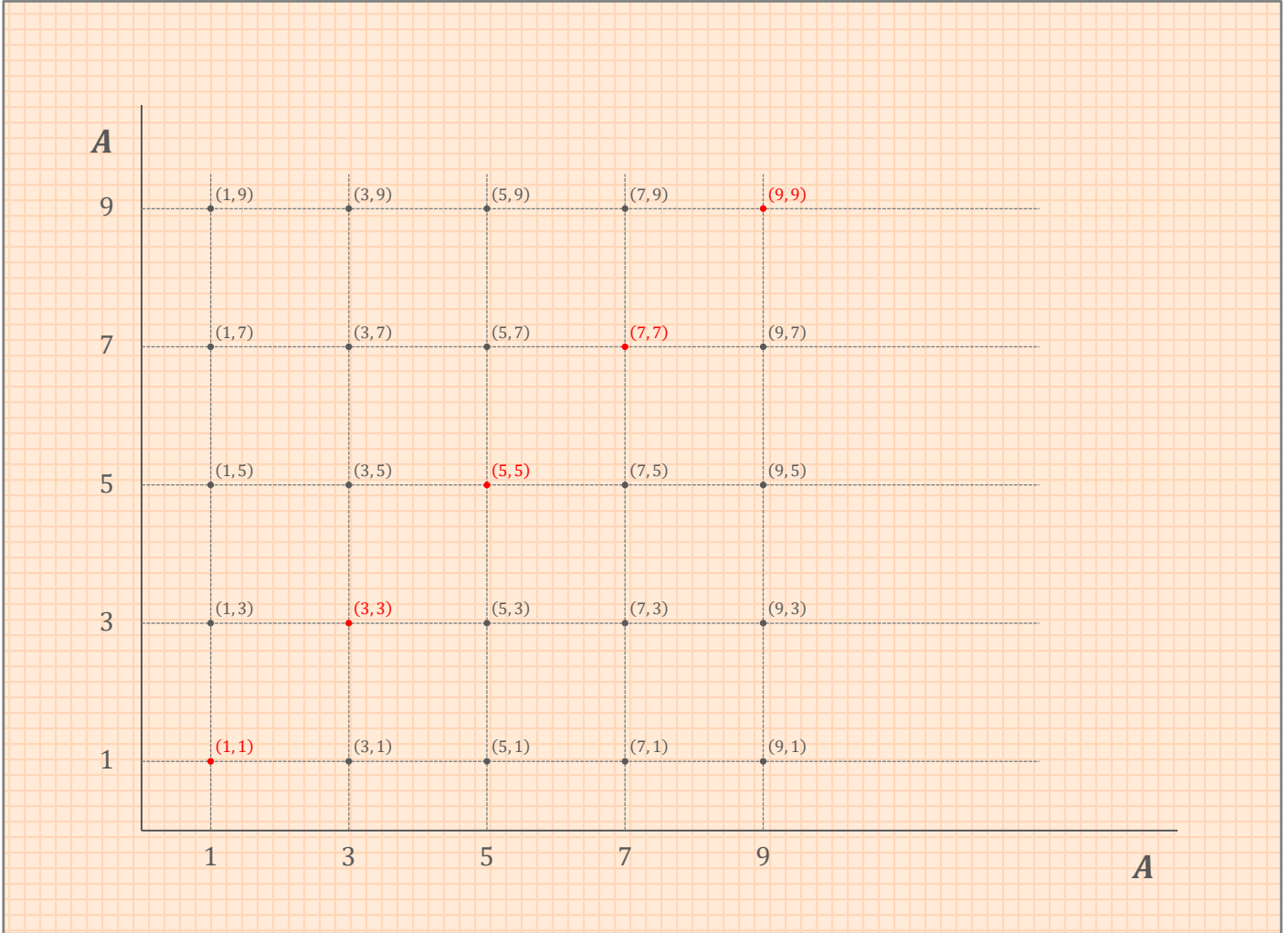
239.131

Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è dispari e } x < 10\}$, calcola A^2 .

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}, x < 10\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A^2 = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (1, 9), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (3, 9), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (5, 9), (7, 1), (7, 3), (7, 5), (7, 7), (7, 9), (9, 1), (9, 3), (9, 5), (9, 7), (9, 9)\}$$



239.132

Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è pari e } x \leq 20\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è divisibile per } 4 \text{ e } x \leq 20\}$ e $C = \{1, 2\}$, calcola $(A \cap B) \times C$ e $(A \cup B) \times C$.

SVOLGIMENTO

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}, x \leq 20\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = (q + r) \cdot 4, r = 0, x \leq 20, q \in \mathbb{N}\} = \{0, 4, 8, 12, 16, 20\}$$

$$C = \{1, 2\}$$

$$(A \cap B) \times C = B \times C = \{0, 4, 8, 12, 16, 20\} \times \{1, 2\}$$

$$= \{(0, 1), (0, 2), (4, 1), (4, 2), (8, 1), (8, 2), (12, 1), (12, 2), (16, 1), (16, 2), (20, 1), (20, 2)\}$$

$$(A \cup B) \times C = A \times C = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \times \{1, 2\}$$

$$= \{(0, 1), (0, 2), (2, 1), (2, 2), (4, 1), (4, 2), (6, 1), (6, 2), (8, 1), (8, 2), (10, 1), (10, 2), (12, 1), (12, 2), (14, 1), (14, 2), (16, 1), (16, 2), (18, 1), (18, 2), (20, 1), (20, 2)\}$$

239.133

Dati gli insiemi $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4\}$ e $C = \{2, 6\}$, calcola:

a. $C \times (A \cap B)$

$$\{2, 6\} \times \{3, 4\} = \{(2, 3), (2, 4), (6, 3), (6, 4)\}$$

b. $(A - B) \times (A \cap C)$

$$\{5\} \times \emptyset = \emptyset$$

c. $(A - B) \times (A \cap B)$

$$\{5\} \times \{3, 4\} = \{(5, 3), (5, 4)\}$$

d. $C \times (A \cup B)$

$$\{2, 6\} \times \{3, 4, 5\} = \{(2, 3), (2, 4), (2, 5), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$$

238.135

Ad una festa di compleanno partecipano 35 ragazzi. Di questi 18 bevono spremuta di pompelmo e 20 bevono aranciata. Fra questi 10 bevono entrambe le bibite. Visualizza la situazione mediante i diagrammi di Eulero-Venn e deduci quanti ragazzi non hanno bevuto alcuna delle due bibite.

SVOLGIMENTO

$U = \{x \mid x \text{ è un ragazzo che partecipa alla festa di compleanno}\}.$

$A = \{x \mid x \text{ è un ragazzo che beve la spremuta di pompelmo}\}.$

$B = \{x \mid x \text{ è un ragazzo che beve aranciata}\}.$

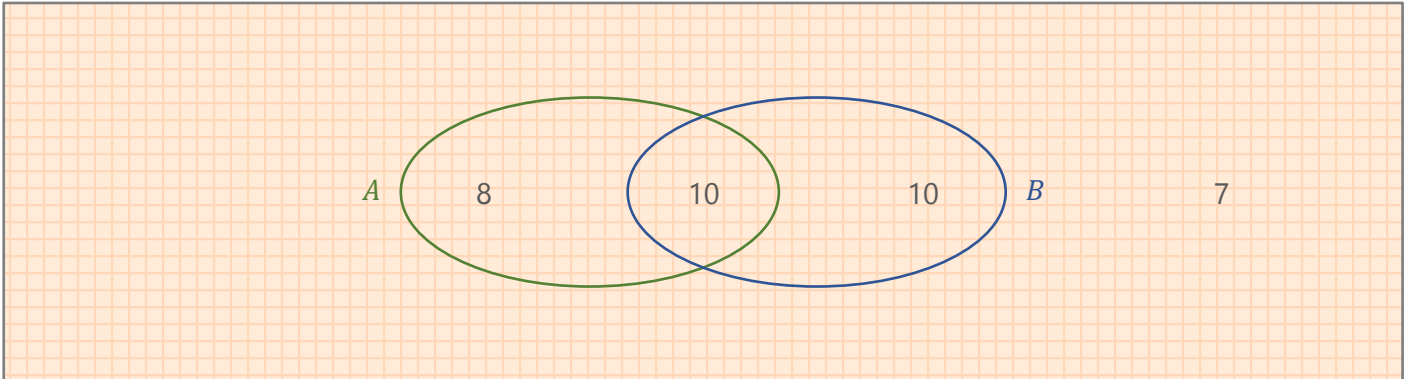
$A \cap B = \{x \mid x \text{ è un ragazzo che beve sia la spremuta di pompelmo che l'aranciata}\}$

L'insieme U è formato da 35 elementi.

L'insieme A è formato da 18 elementi.

L'insieme B è formato da 20 elementi.

L'insieme $A \cap B$ è formato da 10 elementi.



Se i ragazzi che bevono sia spremuta di pompelmo che aranciata sono 10 (il numero degli elementi di $A \cap B$), i ragazzi che bevono solamente spremuta di pompelmo sono 8 (ovvero il numero degli elementi di A meno il numero degli elementi di $A \cap B$: $18 - 10$). I ragazzi che bevono solo aranciata sono 10 (ovvero il numero degli elementi di B meno il numero degli elementi di $A \cap B$: $20 - 10$). Nel complesso, i ragazzi che bevono almeno una bibita sono 28 (ovvero il numero degli elementi di $A \cup B$: $8 + 10 + 10$). I ragazzi che non bevono alcuna delle due bibite sono **7** (ovvero il numero degli elementi dell'insieme universo meno il numero degli elementi dell'insieme $A \cup B$: $35 - 28$).

238.136

Una scuola media superiore organizza due corsi di recupero, il primo di inglese a cui partecipano 30 studenti e il secondo di matematica a cui partecipano 36 alunni. Qual è il numero totale degli alunni che frequentano i due corsi di recupero sapendo che tali corsi si svolgono in orari diversi e che 16 alunni li frequentano entrambi?

SVOLGIMENTO

$A = \{x \mid x \text{ è un alunno che frequenta il corso di recupero di inglese}\}$

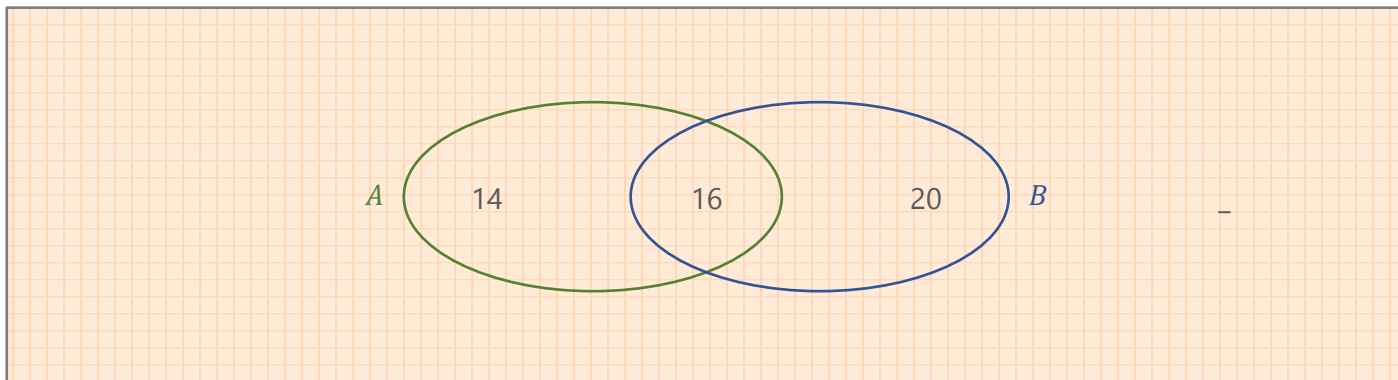
$B = \{x \mid x \text{ è un alunno che frequenta il corso di recupero di matematica}\}$

$A \cap B = \{x \mid x \text{ è un alunno che frequenta sia il corso di recupero di inglese che quello di matematica}\}$

L'insieme A è formato da 30 elementi.

L'insieme B è formato da 36 elementi.

L'insieme $A \cap B$ è formato da 16 elementi.



Se gli alunni che frequentano sia il corso di recupero di inglese che quello di matematica sono 16 (il numero degli elementi di $A \cap B$), i ragazzi che frequentano solo il corso di recupero di inglese sono 14 (ovvero il numero degli elementi di A meno il numero degli elementi di $A \cap B$: $30 - 16$). I ragazzi che frequentano solo il corso di recupero di matematica sono 20 (ovvero il numero degli elementi di B meno il numero degli elementi di $A \cap B$: $36 - 16$). I ragazzi che frequentano almeno un corso di recupero sono **50** (ovvero il numero degli elementi di $A \cup B$: $14 + 16 + 20$).

239.137

Ad una festa ci sono 21 ragazze: di esse 6 indossano i jeans, 9 calzano le ballerine, 8 non indossano i jeans e nemmeno le ballerine. Quante ragazze indossano i jeans con le ballerine?

SVOLGIMENTO

$U = \{x \mid x \text{ è una ragazza che partecipa alla festa}\}$

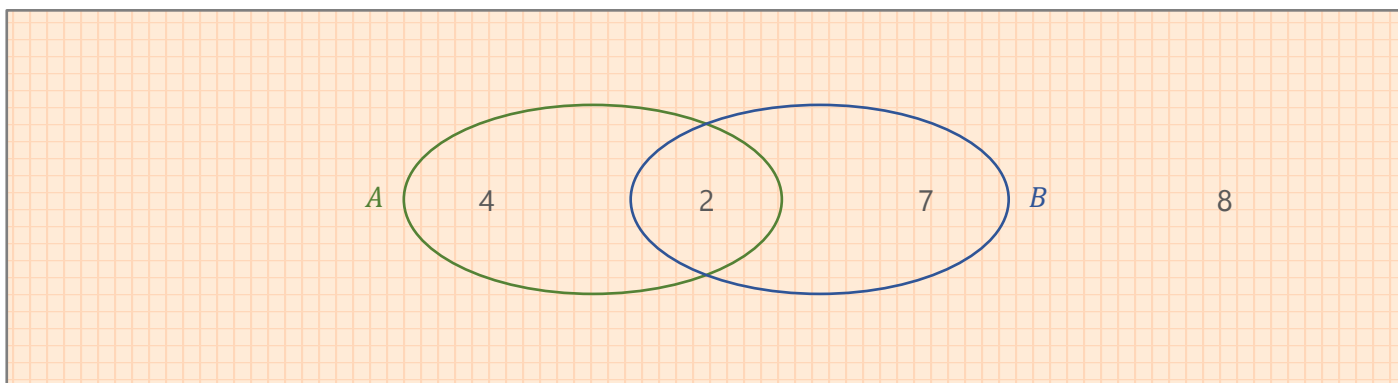
$A = \{x \mid x \text{ è una ragazza che indossa i jeans}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è una ragazza che calza le ballerine}\}$

L'insieme U è formato da 21 elementi.

L'insieme A è formato da 6 elementi.

L'insieme B è formato da 9 elementi.



Gli elementi che non appartengono né all'insieme A né all'insieme B sono 8, ovvero le 8 ragazze che non indossano né i jeans né calzano le ballerine. Viceversa gli elementi che appartengono all'insieme A e/o all'insieme B (ovvero gli elementi dell'insieme $A \cup B$) sono 13 (ovvero il numero degli elementi dell'insieme universo meno il numero delle ragazze che non indossano né i jeans né calzano le ballerine: $21 - 8$). Se 6 ragazze indossano i jeans e 9 calzano le ballerine, **2** ragazze indossano i jeans e calzano le ballerine, poiché il numero totale delle ragazze che indossano i jeans e/o calzano le ballerine non può essere superiore a 13.

239.138

Un gruppo di 25 turisti viene sorpreso da un violento acquazzone durante un'escursione: 5 di essi hanno una mantella impermeabile ma non hanno l'ombrello, 8 hanno solo l'ombrello e 10 non hanno né l'uno né l'altro. Quanti turisti sono stati così previdenti da portare sia la mantella impermeabile che l'ombrello?

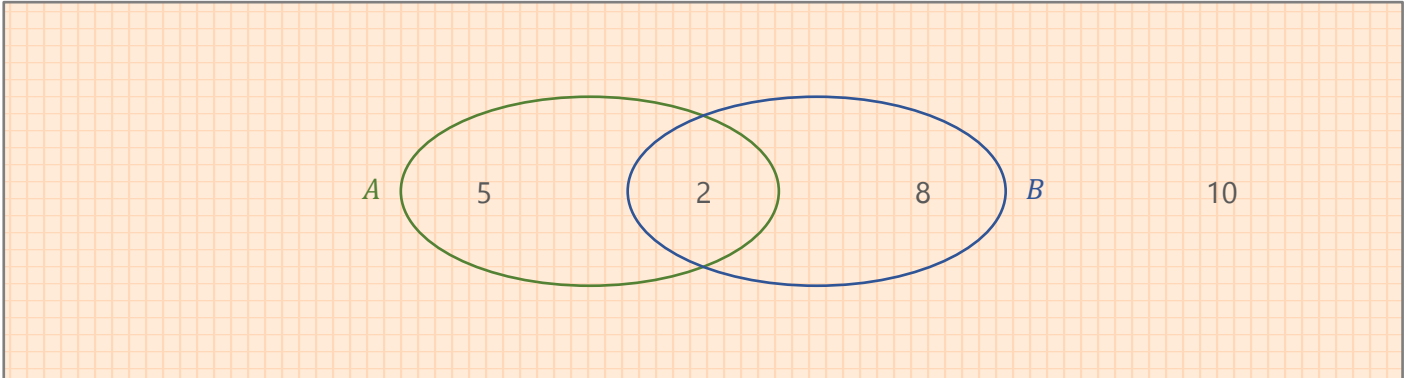
SVOLGIMENTO

$$U = \{x \mid x \text{ è un turista}\}$$

$$A = \{x \mid x \text{ è un turista con la mantella impermeabile}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ è un turista con l'ombrello}\}$$

L'insieme U è formato da 25 elementi.



Le persone che non hanno né la mantella impermeabile né l'ombrello sono 10 (queste non appartengono né all'insieme A né all'insieme B). 5 sono le persone che hanno la mantella impermeabile ma non l'ombrello (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A - B$). 8 sono le persone che hanno l'ombrello ma non hanno la mantella impermeabile (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $B - A$). Sommando tutti questi numeri otteniamo come risultato 23 ($5+8+10$). Mancano solo **2** persone per arrivare a 25 (il numero degli elementi dell'insieme universo ovvero il numero totale dei turisti), questi due elementi appartengono all'insieme $A \cap B$, insieme formato dalle persone che hanno sia la mantella impermeabile che l'ombrello.

239.139

Dei commessi di un grande negozio di abbigliamento, 15 sono addetti al reparto femminile, 14 sono addetti al reparto maschile e 5 possono servire in entrambi i reparti. Quanti sono in totale i commessi?

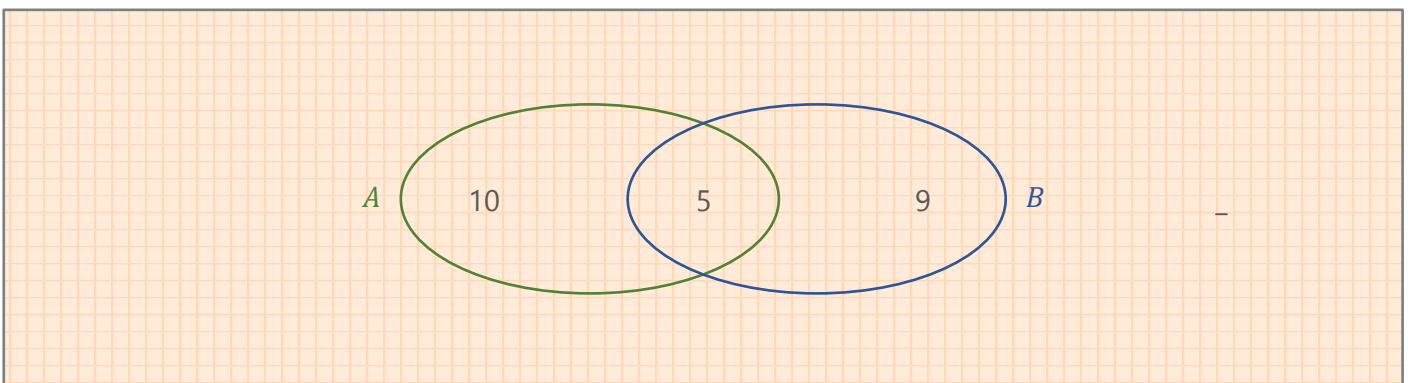
SVOLGIMENTO

$$A = \{x \mid x \text{ è un addetto del negozio che lavora nel reparto femminile}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ è un addetto del negozio che lavora nel reparto maschile}\}$$

L'insieme A è formato da 15 elementi.

L'insieme B è formato da 14 elementi.



5 addetti posso servire sia nel reparto femminile che nel reparto maschile, questi appartengono all'insieme $A \cap B$. Se 15 addetti lavorano nel reparto femminile, gli addetti che lavorano esclusivamente nel reparto femminile sono 10 (ovvero il numero delle persone che appartengono all'insieme A meno il numero delle persone che appartengono all'insieme $A \cap B$: $15-5$). Se 14 addetti lavorano nel reparto maschile, gli addetti che lavorano esclusivamente nel reparto maschile sono 9 (ovvero il numero delle persone che appartengono all'insieme B meno il numero delle persone che appartengono all'insieme $A \cap B$: $14-5$). Gli addetti che lavorano nel negozio sono in totale **24** (il numero degli elementi dell'insieme $A \cup B$: $10+5+9$).

240.140

Da un'indagine compiuta tra i ragazzi di età compresa fra i 15 e i 18 anni è risultato che il 10% non ha il cellulare, il 60% ha un cellulare di tipo A. Il 42% ha un cellulare di tipo B. Se i ragazzi intervistati sono 1500, quanti hanno due cellulari?

SVOLGIMENTO

$U = \{x \mid x \text{ è un ragazzo intervistato}\}$

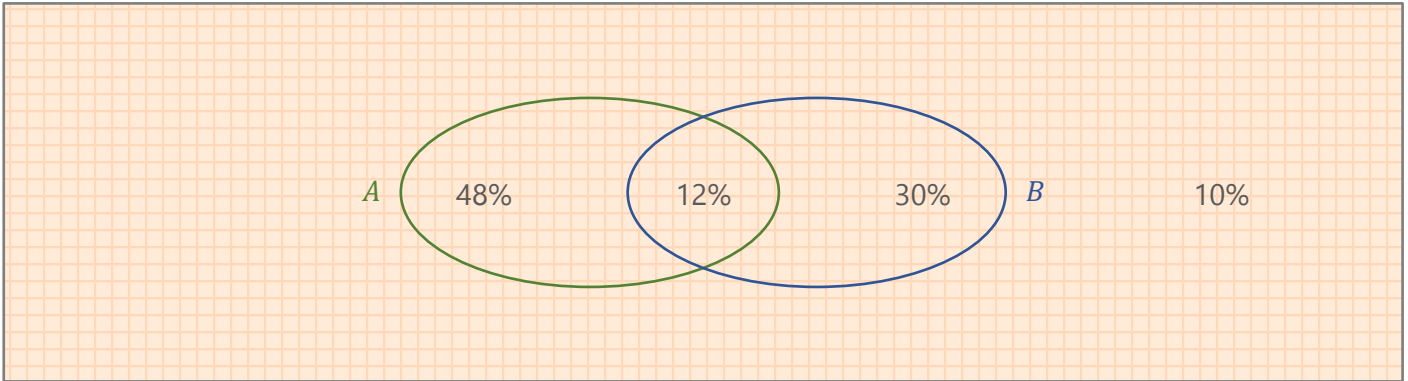
$A = \{x \mid x \text{ è un ragazzo intervistato che ha il cellulare di tipo A}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è un ragazzo intervistato che ha il cellulare di tipo B}\}$

L'insieme U è formato da 1500 elementi.

L'insieme A è formato dal 60% del totale dei ragazzi intervistati.

L'insieme B è formato dal 42% del totale dei ragazzi intervistati.



Il 10% dei ragazzi intervistati non ha il cellulare, quindi non appartiene né all'insieme A , né all'insieme B . Per deduzione logica, i ragazzi che hanno almeno un cellulare sono il 90%. Se il 60% dei ragazzi intervistati ha un cellulare di tipo A e il 42% dei ragazzi intervistati ha un cellulare di tipo B, il 12% dei ragazzi intervistati ha entrambi i cellulari ($60\% + 42\% - 90\%$). I ragazzi che hanno solo il cellulare di tipo A sono il 48% ($60\% - 12\%$), mentre i ragazzi che hanno solo il cellulare di tipo B sono il 30% ($42\% - 12\%$). Su un campione di 1500 ragazzi il 12% ha due cellulari, per un totale di **180** ragazzi ($1500 \times 12\%$).

240.

Alla festa dell'uva che si tiene ogni anno nella piazza di un paese ci sono gare e divertimenti per tutti. Quelli che attraggono maggiormente le persone sono la corsa nei sacchi, il tiro con l'arco e l'albero della cuccagna. Si sa che:

- in piazza sono arrivate 4000 persone,
- 200 persone si sono cimentate in tutte e tre le gare,
- 60 hanno solo tirato con l'arco,
- 320 hanno fatto solo la corsa nei sacchi,
- 300 hanno fatto solo la corsa nei sacchi e sono saliti sull'albero della cuccagna,
- in 300 hanno tirato con l'arco e sono saliti sull'albero della cuccagna,
- l'albero della cuccagna è quello che ha avuto il successo maggiore con 1400 persone,
- complessivamente 410 persone hanno tirato con l'arco.

Ci chiediamo:

- quante persone hanno fatto la corsa nei sacchi,
- quante persone hanno fatto una sola gara,
- quante persone non hanno fatto gare,
- quante persone hanno fatto almeno due gare.

SVOLGIMENTO

$U = \{x \mid x \text{ è una persona arrivata in piazza alla festa dell'uva}\}$

$A = \{x \mid x \text{ è una persona che ha partecipato alla corsa coi sacchi}\}$

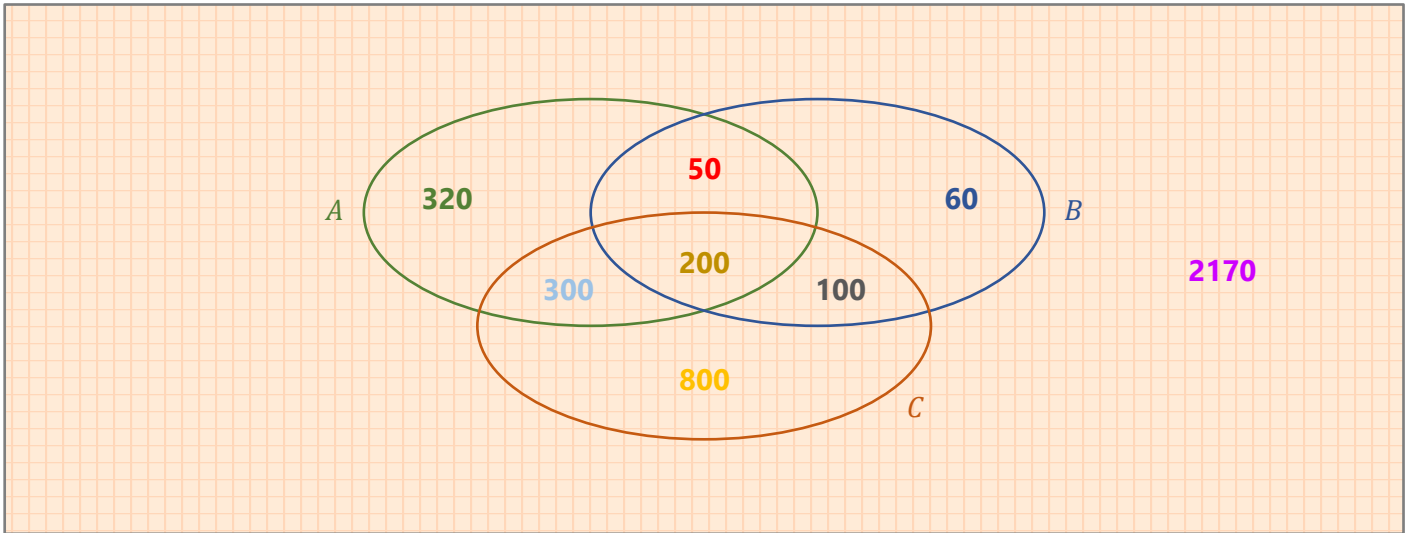
$B = \{x \mid x \text{ è una persona che ha tirato con l'arco}\}$

$C = \{x \mid x \text{ è una persona che è salita sull'albero della cuccagna}\}$

- In piazza sono arrivate 4000 persone, ovvero l'insieme universo U è formato da 4000 elementi.
- 200 persone si sono cimentate in tutte e tre le gare, ovvero l'insieme $A \cap B \cap C$ è formato da **200** elementi.
- 60 hanno solo tirato con l'arco, ovvero **60** è il numero degli elementi dell'insieme $B - (A \cup C)$, insieme che rappresenta le persone che hanno solo tirato con l'arco.
- 320 hanno fatto solo la corsa nei sacchi, ovvero **320** è il numero degli elementi dell'insieme $A - (B \cup C)$, insieme che rappresenta le persone che hanno fatto solo la corsa nei sacchi.
- 300 hanno fatto solo la corsa nei sacchi e sono saliti sull'albero della cuccagna, ovvero **300** è il numero degli elementi dell'insieme $(A \cap C) - (A \cap B \cap C)$; insieme che rappresenta le persone che hanno fatto solo la corsa nei sacchi e sono saliti sull'albero della cuccagna.
- In 300 hanno tirato con l'arco e sono saliti sull'albero della cuccagna, ovvero 300 è il numero degli elementi dell'insieme $B \cap C$, insieme che rappresenta le persone che hanno tirato con l'arco e sono saliti sull'albero della cuccagna (non le persone che hanno solo tirato con l'arco e sono salite sull'albero della cuccagna); quindi, tra queste persone ci sono anche le quelle che hanno fatto la corsa nei sacchi (200); l'insieme delle persone che hanno solo tirato con l'arco e sono salite sull'albero della cuccagna (senza fare la corsa nei sacchi) è pari a **100**, ovvero il numero delle persone dell'insieme $B \cap C$ (300) meno il numero delle persone dell'insieme $A \cap B \cap C$ (200).
- L'albero della cuccagna è quello che ha avuto il successo maggiore con 1400 persone, ovvero il numero totale degli elementi dell'insieme C è pari a 1400, quindi il numero delle persone che sono salite solo sull'albero della cuccagna è pari a **800**, ovvero $1400 - (300 + 200 + 100)$.
- Complessivamente 410 persone hanno tirato con l'arco, quindi le persone che hanno solo fatto la corsa nei sacchi e hanno tirato con l'arco ($A \cap B - A \cap B \cap C$) sono **50**, ovvero $410 - (200 + 100 + 60)$.

A questo punto abbiamo trovato il numero degli elementi degli insiemi e delle varie intersezioni. Ci rimane da rispondere alle quattro domande poste dal problema.

- L'insieme A , ovvero l'insieme delle persone che hanno fatto la corsa nei sacchi, è formato da **870** elementi ($320 + 300 + 200 + 50$).
- Le persone che hanno fatto una sola gara (ovvero che hanno fatto solo la corsa nei sacchi o hanno solo tirato con l'arco o sono solo salite sull'albero della cuccagna) sono **1180** ($320 + 60 + 800$).
- Il numero totale delle persone che hanno partecipato almeno a una gara è dato dal numero degli elementi dell'insieme $A \cup B \cup C$ ed è pari a 1830 ($320 + 60 + 800 + 50 + 200 + 300 + 100$). Se in piazza, nel giorno della festa dell'uva sono arrivate 4000 persone e solo 1830 hanno partecipato ad almeno una gara, **2170** non hanno partecipato ad alcuna gara ($4000 - 1830$).
- Il numero delle persone che hanno fatto almeno due gare è dato dalla somma del numero degli elementi delle intersezioni ($50 + 300 + 200 + 100$), ed è quindi pari a **650**.



240.142

La maggior parte dei 1400 alunni di una scuola frequenta abitualmente la palestra, la biblioteca e l'aula computer. Di essi si sa che:

- 150 hanno frequentato tutti e tre i locali,
- 180 hanno frequentato l'aula computer e la palestra,
- 240 hanno frequentato l'aula computer e la biblioteca,
- 250 hanno frequentato la palestra e la biblioteca,
- 650 hanno frequentato l'aula computer,
- 400 hanno frequentato la palestra,
- 350 hanno frequentato la biblioteca.

Rappresenta la situazione con un diagramma di Eulero-Venn e stabilisci:

- quanti alunni non hanno frequentato alcuna delle tre sale,
- quanti hanno frequentato solo la palestra,
- quanti hanno frequentato solo l'aula computer.

SVOLGIMENTO

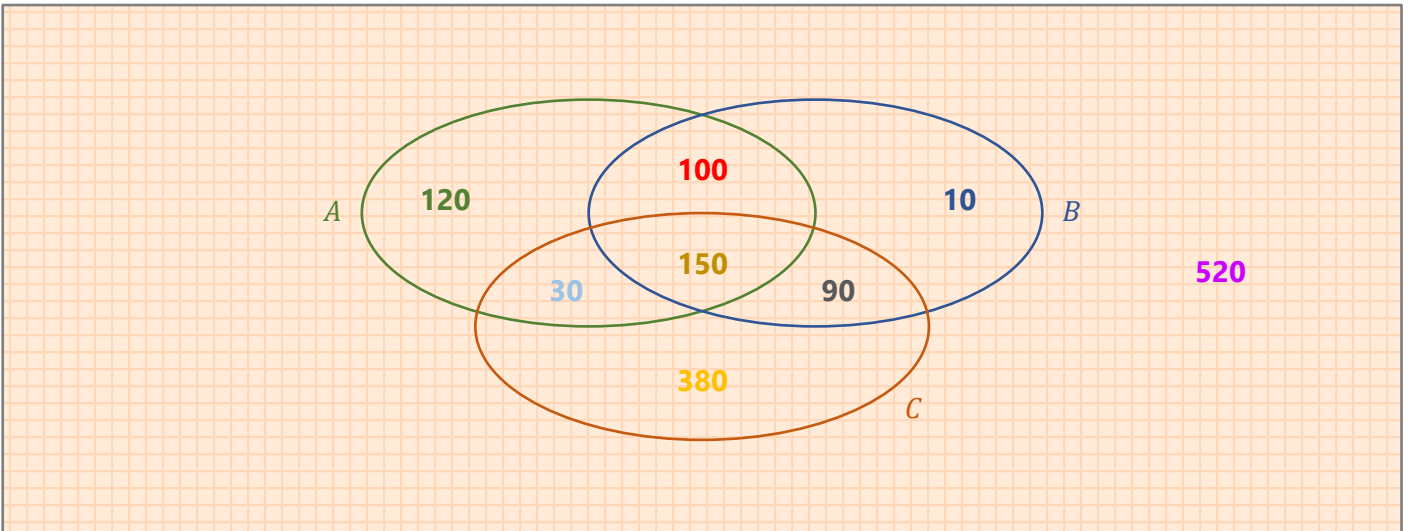
$$U = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola}\}$$

$$A = \{x \mid x \text{ è un alunno che frequenta la palestra}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ è un alunno che frequenta la biblioteca}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ è un alunno che frequenta l'aula computer}\}$$

- L'insieme $A \cap B \cap C$ è formato da 150 alunni.
- L'insieme $A \cap C$ è formato da 180 alunni, quindi l'insieme $A \cap C - A \cap B \cap C$ è formato da 30 alunni.
- L'insieme $B \cap C$ è formato da 240 alunni, quindi l'insieme $B \cap C - A \cap B \cap C$ è formato da 90 alunni.
- L'insieme $A \cap B$ è formato da 250 alunni, quindi l'insieme $A \cap B - A \cap B \cap C$ è formato da 100 alunni.
- L'insieme C è formato da 650 alunni, quindi l'insieme $C - A \cup B$ è formato da 380 alunni.
- L'insieme A è formato da 400 alunni, quindi l'insieme $A - B \cup C$ è formato da 120 alunni.
- L'insieme B è formato da 350 alunni, quindi l'insieme $B - A \cup C$ è formato da 10 alunni.



- Gli alunni che non hanno frequentato nessuna delle tre sale sono **520**, valore dato dalla differenza tra il numero degli alunni dell'insieme universo (1400) e il numero degli alunni che frequentano almeno una sala (880).
- Gli alunni che hanno frequentato solo la palestra sono **120**.
- Gli alunni che hanno frequentato solo l'aula computer sono **380**.

241.143

Un fornitore di merende ad una scuola di 300 alunni effettua un'indagine per stabilire quale merce deve preparare. Egli trova che abitualmente:

- 70 prendono il panino al prosciutto,
- 90 prendono il panino a salame,
- 100 prendono la brioche,
- 40 prendono sia il panino al prosciutto che quello al salame,
- 30 prendono sia il panino al prosciutto che la brioche,
- 35 prendono sia il panino al salame che la brioche,
- 10 prendono tutte e tre le merende.

Calcola:

- quanti alunni mangiano solo il panino al prosciutto,
- quanti alunni mangiano solo il panino al salame,
- quanti alunni mangiano solo la brioche.

SVOLGIMENTO

$U = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola}\}$

$A = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola che mangia il panino al prosciutto}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola che mangia il panino al salame}\}$

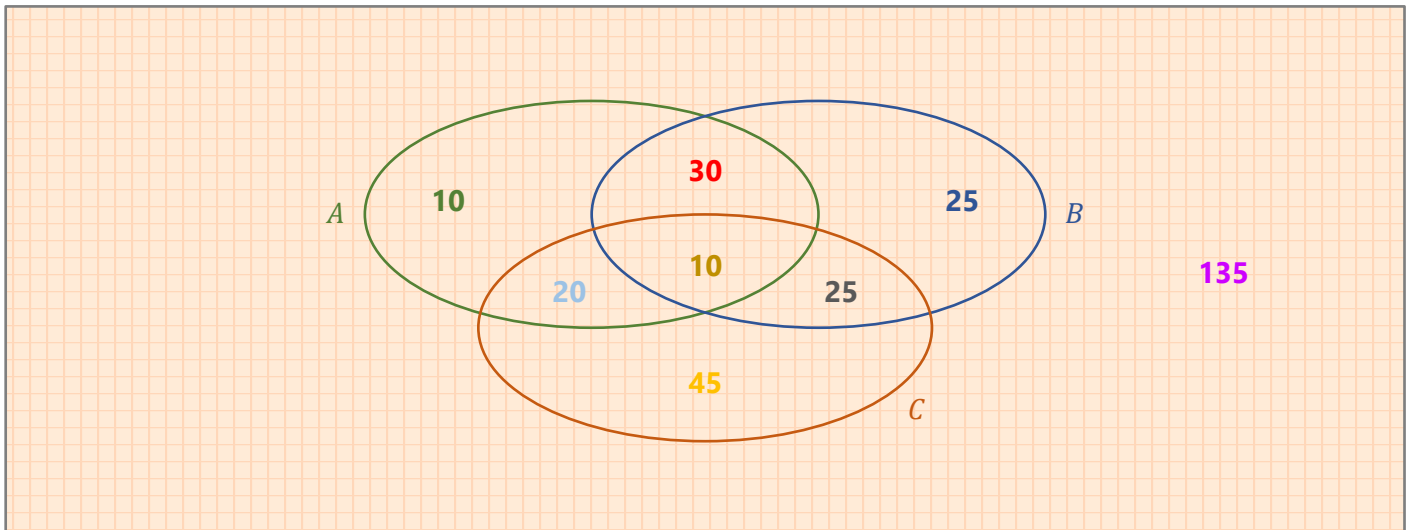
$C = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola che mangia la brioche}\}$

- L'insieme A è formato da 70 alunni.
- L'insieme B è formato da 90 alunni.
- L'insieme C è formato da 100 alunni.
- L'insieme $A \cap B$ è formato da 40 alunni.
- L'insieme $A \cap C$ è formato da 30 alunni.
- L'insieme $B \cap C$ è formato da 35 alunni.
- L'insieme $A \cap B \cap C$ è formato da 10 alunni.

Se l'insieme $A \cap B \cap C$ è formato da 10 alunni e l'insieme $A \cap B$ è formato da 40 alunni, l'insieme $A \cap B - A \cap B \cap C$ è formato da 30 alunni.

Se l'insieme $A \cap B \cap C$ è formato da 10 alunni e l'insieme $A \cap C$ è formato da 30 alunni, l'insieme $A \cap C - A \cap B \cap C$ è formato da 20 alunni.

Se l'insieme $A \cap B \cap C$ è formato da 10 alunni e l'insieme $B \cap C$ è formato da 35 alunni, l'insieme $B \cap C - A \cap B \cap C$ è formato da 25 alunni.



- Gli alunni che prendono solo il panino al prosciutto sono **10** ($70 - 30 - 10 - 20$).
- Gli alunni che prendono solo il panino al salame sono **25** ($90 - 30 - 10 - 25$).
- Gli alunni che prendono solo la brioche sono **45** ($100 - 20 - 10 - 25$).

Gli alunni che non prendono alcuna merenda sono 135, valore dato dalla differenza tra il numero degli alunni dell'insieme universo (300) e il numero degli alunni che prendono almeno una merenda (165).

241.144

Da un sondaggio effettuato sui 1200 studenti di una scuola è emerso che gli sport maggiormente seguiti sono il calcio, la pallavolo e la pallacanestro.

- 320 seguono tutti e tre gli sport,
- 440 si interessano di pallacanestro e pallavolo,
- 360 seguono il calcio e la pallavolo,
- 400 seguono il calcio e la pallacanestro,
- 40 si interessano solo di calcio,
- 500 seguono la pallavolo,
- 600 seguono la pallacanestro.

Determina:

- quanti ragazzi seguono solo la pallacanestro,
- quanti ragazzi seguono solo la pallavolo,
- quanti ragazzi si interessano solo di calcio e pallacanestro ma non di pallavolo,
- quanti ragazzi non hanno interesse verso alcuna delle tre attività sportive.

SVOLGIMENTO

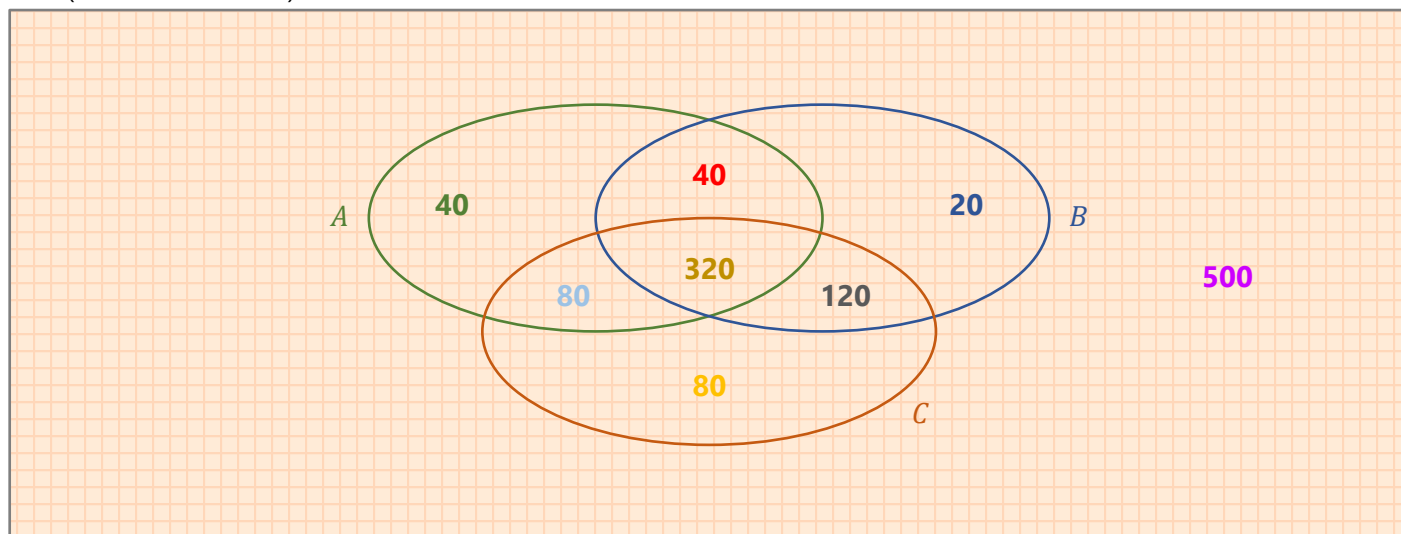
$U = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola}\}$

$A = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola che segue il calcio}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola che segue la pallavolo}\}$

$C = \{x \mid x \text{ è un alunno della scuola che segue la pallacanestro}\}$

- L'insieme $A \cap B \cap C$ è formato da 320 alunni.
- L'insieme $B \cap C$ è formato da 440 alunni. Togliendo il numero degli alunni che seguono tutti e tre gli sport (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A \cap B \cap C$) otteniamo il numero degli alunni che seguono solo la pallavolo e la pallacanestro ma non il calcio (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $B \cap C - A \cap B \cap C$) pari a 120.
- L'insieme $A \cap B$ è formato da 360 alunni. Togliendo il numero degli alunni che seguono tutti e tre gli sport (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A \cap B \cap C$) otteniamo il numero degli alunni che seguono solo il calcio e la pallavolo ma non la pallacanestro (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A \cap B - A \cap B \cap C$) pari a 40.
- L'insieme $A \cap C$ è formato da 400 alunni. Togliendo il numero degli alunni che seguono tutti e tre gli sport (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A \cap B \cap C$) otteniamo il numero degli alunni che seguono solo il calcio e la pallacanestro ma non la pallavolo (ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A \cap C - A \cap B \cap C$) pari a 80.
- L'insieme $A - B \cup C$ è formato da 40 alunni.
- Se 500 alunni seguono la pallavolo, il numero degli alunni che seguono solo la pallavolo è pari a 20 ($500 - 40 - 320 - 120$).
- Se 600 alunni seguono la pallacanestro, il numero degli alunni che seguono solo la pallacanestro è pari a 80 ($600 - 80 - 320 - 120$).



- I ragazzi che seguono solo la pallacanestro (valore già calcolato al punto g) sono **80**.
- I ragazzi che seguono solo la pallavolo (valore già calcolato al punto f) sono **20**.
- I ragazzi che seguono solo il calcio e la pallacanestro ma non la pallavolo (valore già calcolato al punto d) sono **80**.
- I ragazzi che non seguono alcuna delle tre discipline sportive sono **500**, valore dato dalla differenza tra il numero degli alunni dell'insieme universo (1200) e il numero degli alunni che seguono almeno uno sport (700).

241.145

Da un'indagine statistica condotta su un campione di 1000 famiglie circa le loro vacanze in un particolare anno è risultato che:

- 300 sono state solo al mare in Italia,
- 100 sono state solo in montagna in Italia,
- 430 hanno fatto viaggi all'estero,
- 130 sono state sia al mare che in montagna che all'estero,
- 20 sono state al mare e all'estero ma non in montagna,
- 50 sono state all'estero e in montagna ma non al mare,
- 60 sono state al mare e in montagna ma non all'estero.

Stabilisci:

- quante famiglie non sono andate in vacanza,
- quante sono state complessivamente al mare o in montagna,
- quante non hanno fatto vacanze in Italia in montagna.

SVOLGIMENTO

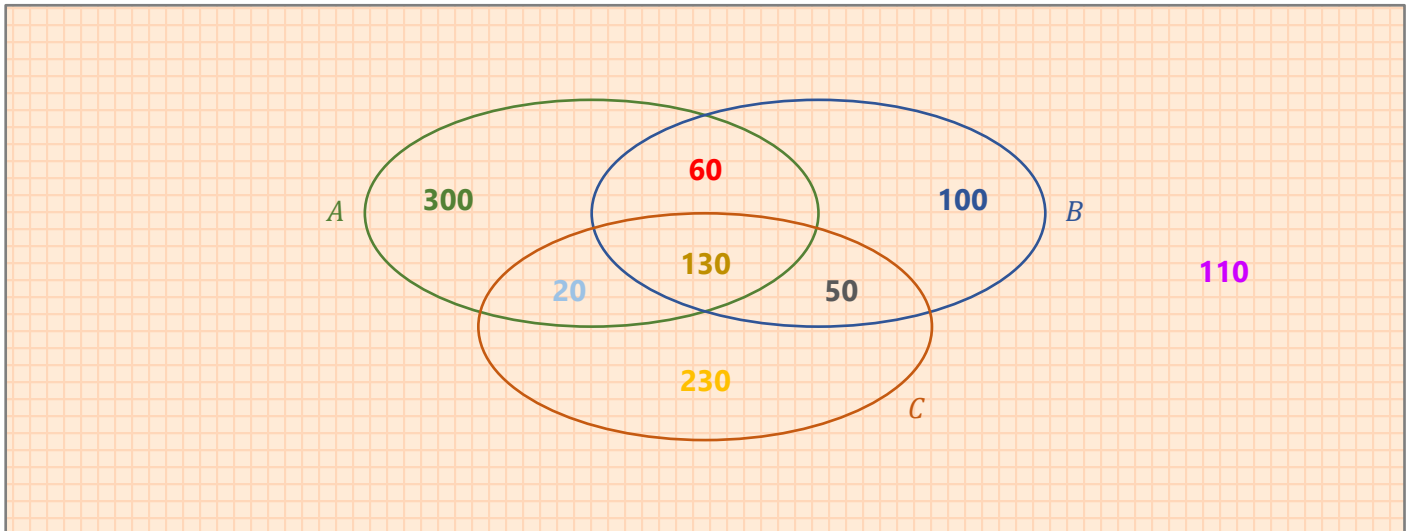
$U = \{x \mid x \text{ è una famiglia che ha partecipato all'indagine statistica}\}$

$A = \{x \mid x \text{ è una famiglia che ha trascorso le vacanze al mare in Italia}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è una famiglia che ha trascorso le vacanze in montagna in Italia}\}$

$C = \{x \mid x \text{ è una famiglia che ha trascorso le vacanze all'estero}\}$

- Il numero degli elementi dell'insieme $A - B \cup C$ è pari a 300.
- Il numero degli elementi dell'insieme $B - A \cup C$ è pari a 100.
- Il numero degli elementi dell'insieme C è pari a 430. Fra questi vi sono anche le persone che hanno trascorso le vacanze al mare e/o in montagna in Italia.
- Il numero degli elementi dell'insieme $A \cap B \cap C$ è pari a 130.
- Il numero degli elementi dell'insieme $A \cap C - B$ è pari a 20.
- Il numero degli elementi dell'insieme $B \cap C - A$ è pari a 50.
- Il numero degli elementi dell'insieme $A \cap B - C$ è pari a 60.



Se l'insieme C è formato da 430 elementi, il numero delle persone che sono state in vacanza all'estero ma non al mare e in montagna in Italia, è pari a 230 ($430 - 20 - 130 - 50$).

Nel complesso, le persone che sono state in vacanza sono 890, ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A \cup B \cup C$.

- Le famiglie che non sono andate in vacanza sono **110**, valore dato dalla differenza tra il numero delle famiglie dell'insieme universo (1000) e il numero delle famiglie che sono andate in vacanza (890).
- Le famiglie che hanno trascorso le vacanze al mare e/o in montagna in Italia sono **660**, ovvero il numero degli elementi dell'insieme $A \cup B$.
- Il numero delle famiglie che non hanno trascorso le vacanze in montagna in Italia è pari a **660**, valore dato dalla differenza tra il numero delle famiglie dell'insieme universo (1000) e il numero delle famiglie che hanno trascorso le vacanze in montagna in Italia (340).

242.146

Una funzione è una relazione fra due insiemi A e B che:

- ad un elemento di A associa un elemento di B
- ad un elemento di A associa un solo elemento di B
- ad ogni elemento di A associa uno e un solo elemento di B
- ad ogni elemento di A associa almeno un elemento di B

SOLUZIONE

c.

242.147

Rappresentano una funzione:

- le corrispondenze biunivoche
- le corrispondenze molti a uno che esauriscono l'insieme di partenza
- le corrispondenze univoche
- le corrispondenze molti a molti che esauriscono l'insieme di partenza

SOLUZIONE

a, b, c.

242.148

Data una relazione \mathcal{R} , la sua inversa \mathcal{R}^{-1} è certamente una funzione se:

- \mathcal{R} è una corrispondenza univoca
- \mathcal{R} è una corrispondenza biunivoca
- \mathcal{R} è una corrispondenza uno a molti
- \mathcal{R} è una corrispondenza molti a molti

SOLUZIONE

b.

242.149

Di una funzione $f : A \rightarrow B$ si sa che è invertibile; si può dire che:

- tutti gli elementi di B hanno più di una controimmagine in A
- tutti gli elementi di B hanno una sola controimmagine in A
- $f(A) = B$ e $f^{-1}(B) = A$
- $f(A) \subset B$

SVOLGIMENTO

- F
- V
- V
- F

242.150

Date le funzioni $g : x \rightarrow x + 1$ e $h : x \rightarrow x^2$, la funzione $f : g \circ h$ ha espressione:

- $(x + 1)^2$
- $x^2 + 1$
- $x^2(x + 1)$
- $x^2 + x + 1$

SOLUZIONE

b.

243.157-158 Trova il dominio delle seguenti funzioni, dove si suppone che x e y appartengano agli insiemi indicati.

157.

a. $y = x^2 + 1$ $x, y \in \mathbb{Z}$
 \mathbb{Z}

b. $y = \frac{x}{x+1}$ $x, y \in \mathbb{Q}$
 $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq -1\}$

158.

a. $y = x + 4$ $x, y \in \mathbb{N}$
 \mathbb{N}

b. $y = x - 5$ $x, y \in \mathbb{N}$
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$

244.160-163 Per ognuno degli esercizi che seguono, dato l'insieme A , dominio della funzione f indicata, determina il codominio.

160. $A = \{0, 2, 4, 6\}$ $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ $x \in A$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 4 = \frac{x}{2} - 4$$

$$f(0) = \frac{1}{2} \cdot 0 - 4 = 0 - 4 = -4$$

$$f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^1 - 4 = 1 - 4 = -3$$

$$f(4) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 4 = 2 - 4 = -2$$

$$f(6) = \frac{1}{2} \cdot 6^3 - 4 = 3 - 4 = -1$$

$$B = \{-4, -3, -2, -1\}$$

161. $A = \{-3, -2, 0, 5, 6\}$ $f(x) = x + 1$ $x \in A$

$$f(-3) = -3 + 1 = -2$$

$$f(-2) = -2 + 1 = -1$$

$$f(0) = 0 + 1 = 1$$

$$f(5) = 5 + 1 = 6$$

$$f(6) = 6 + 1 = 7$$

$$B = \{-2, -1, 1, 6, 7\}$$

162. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3$ $x \in A$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3 = \frac{x^2}{2} + 3$$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2}{2} + 3 = \frac{4^2}{2} + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$f(-1) = \frac{(-1)^2}{2} + 3 = \frac{1}{2} + 3 = \frac{1 + 3 \cdot 2}{2} = \frac{1 + 6}{2} = \frac{7}{2}$$

$$f(0) = \frac{0^2}{2} + 3 = \frac{0}{2} + 3 = 0 + 3 = 3$$

$$f(1) = \frac{1^2}{2} + 3 = \frac{1}{2} + 3 = \frac{1 + 3 \cdot 2}{2} = \frac{1 + 6}{2} = \frac{7}{2}$$

$$f(2) = \frac{2^2}{2} + 3 = \frac{4^2}{2} + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$B = \left\{5, \frac{7}{2}, 3, \frac{7}{2}, 5\right\}$$

163. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ $f(x) = 2x^2 - 1$ $x \in A$

$$f(0) = 2 \cdot 0^2 - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$f(1) = 2 \cdot 1^2 - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^2 - 1 = 2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$f(3) = 2 \cdot 3^2 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 18 - 1 = 17$$

$$f(4) = 2 \cdot 4^2 - 1 = 2 \cdot 16 - 1 = 32 - 1 = 31$$

$$B = \{-1, 1, 7, 17, 31\}$$

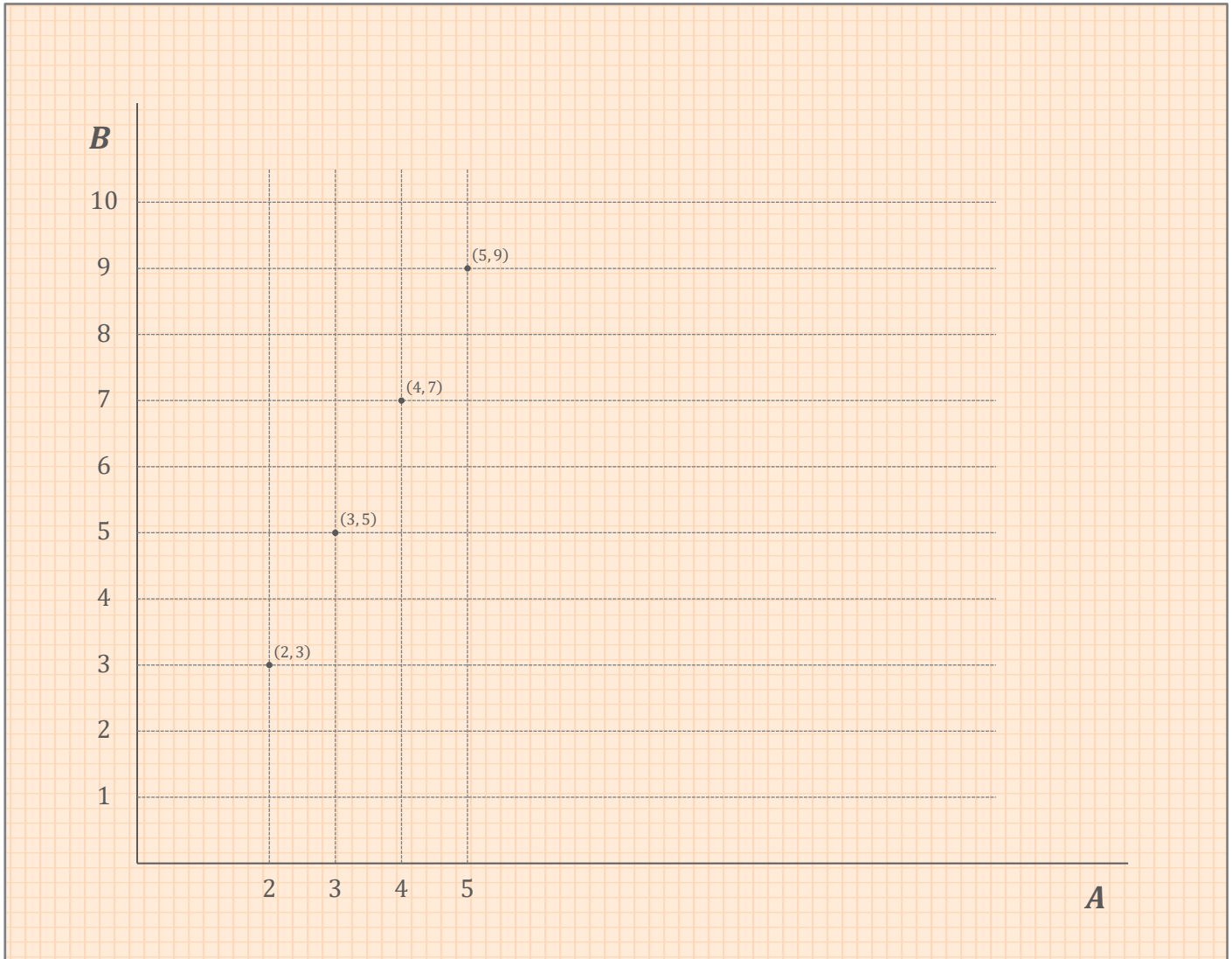
244.171

Rappresenta con un diagramma cartesiano le seguenti funzioni:

- a. $y = 2x - 1$ con $x \in A, y \in B, A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 5\}, B = \{y \in \mathbb{N} \mid 0 \leq y \leq 10\}$
 b. $y = x + 2$ con $x \in A, y \in B, A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 3\}, B = \{y \in \mathbb{N} \mid 0 \leq y \leq 5\}$
 c. $y = 7 - x$ con $x \in A, y \in B, A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 5\}, B = \{y \in \mathbb{N} \mid 2 \leq y \leq 7\}$

SVOLGIMENTO

- a. $y = 2x - 1$ $A = \{2, 3, 4, 5\},$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 4 - 1 = 3$ se $x = 2, y = 3$
 $f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 6 - 1 = 5$ se $x = 3, y = 5$
 $f(4) = 2 \cdot 4 + 1 = 8 - 1 = 7$ se $x = 4, y = 7$
 $f(5) = 2 \cdot 5 + 1 = 10 - 1 = 9$ se $x = 5, y = 9$



Insiemi e funzioni - Esercizi

b. $y = x + 2$

$$f(0) = 0 + 2 = 2$$

$$f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$f(2) = 2 + 2 = 4$$

$$f(3) = 3 + 2 = 5$$

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

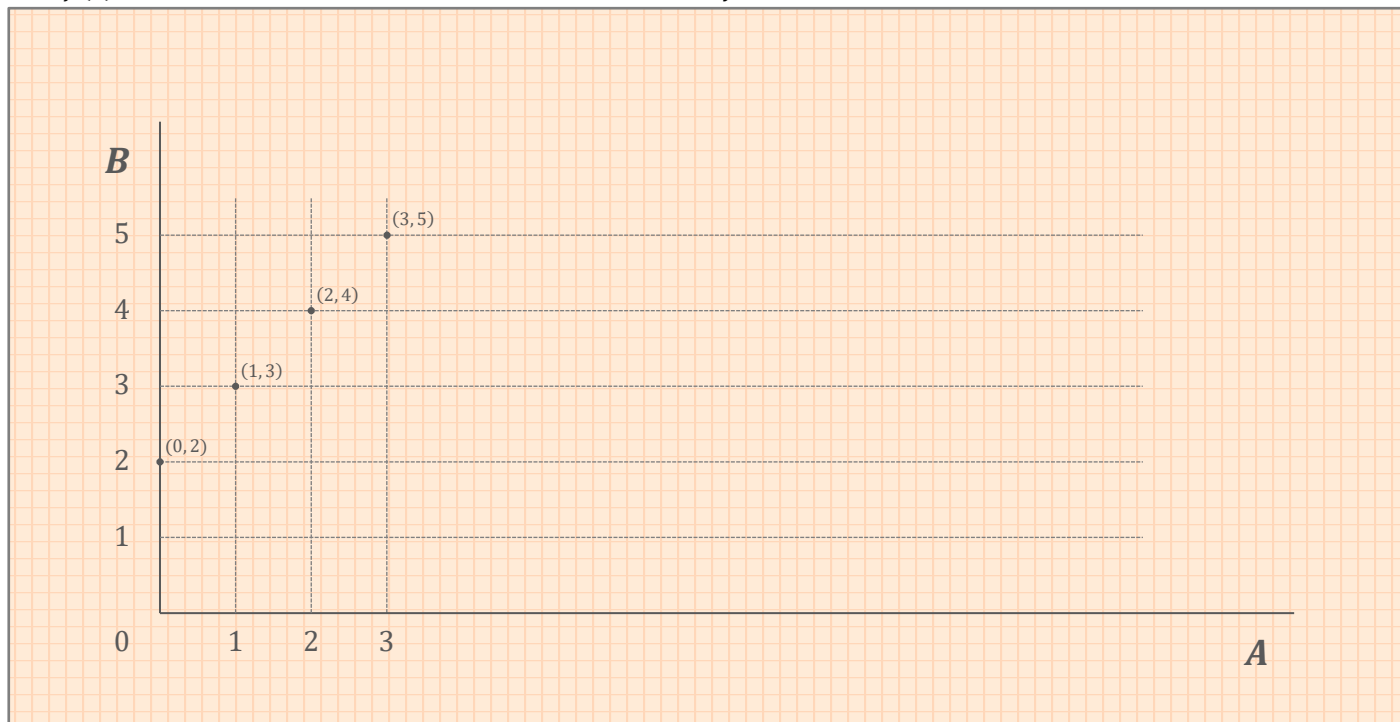
$$\text{se } x = 0, y = 2$$

$$\text{se } x = 1, y = 3$$

$$\text{se } x = 2, y = 4$$

$$\text{se } x = 3, y = 5$$

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$



Insiemi e funzioni - Esercizi

c. $y = 7 - x$

$$f(0) = 7 - 0 = 7$$

$$f(1) = 7 - 1 = 6$$

$$f(2) = 7 - 2 = 5$$

$$f(3) = 7 - 3 = 4$$

$$f(4) = 7 - 4 = 3$$

$$f(5) = 7 - 5 = 2$$

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{se } x = 0, y = 7$$

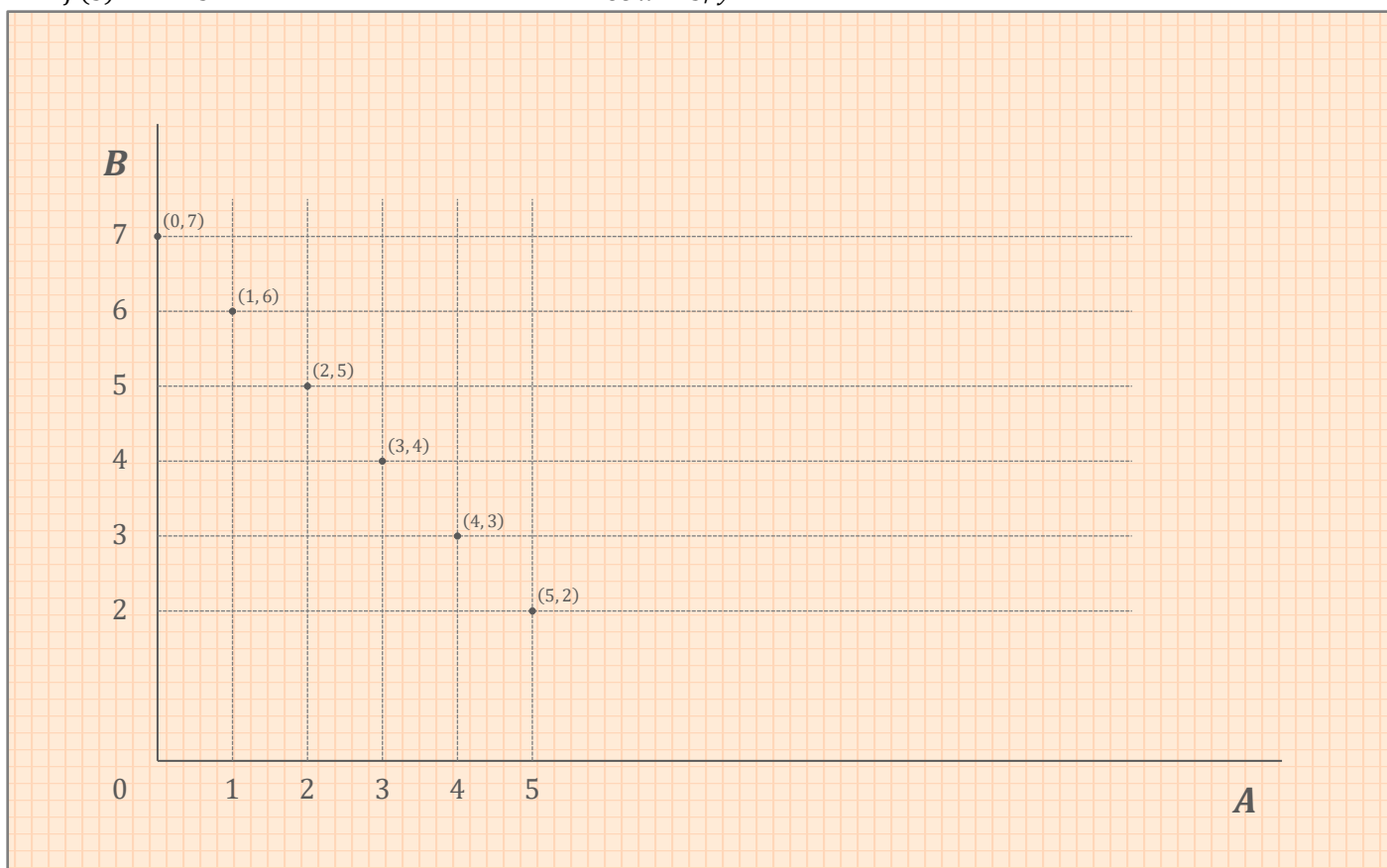
$$\text{se } x = 1, y = 6$$

$$\text{se } x = 2, y = 5$$

$$\text{se } x = 3, y = 4$$

$$\text{se } x = 4, y = 3$$

$$\text{se } x = 5, y = 2$$



245.172

Data la funzione $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{Z}$ espressa dalla relazione matematica $y = \frac{(x^2-5)}{x}$, stabilisci quali fra i seguenti elementi hanno delle immagini ed eventualmente quali sono:

- a. $x = 1$ $f(x) = \frac{1^2-5}{1} = \frac{1-5}{1} = -4$
 b. $x = 2$ $f(x) = \frac{2^2-5}{2} = \frac{4-5}{2} = -\frac{1}{2}$
 c. $x = 3$ $f(x) = \frac{3^2-5}{3} = \frac{9-5}{3} = \frac{4}{3}$
 d. $x = 5$ $f(x) = \frac{5^2-5}{5} = \frac{25-5}{5} = \frac{20}{5} = 4$
 e. $x = 8$ $f(x) = \frac{8^2-5}{8} = \frac{64-5}{8} = \frac{59}{8}$
 f. $x = 10$ $f(x) = \frac{10^2-5}{10} = \frac{100-5}{10} = \frac{95}{10} = \frac{19}{2}$

245.173

Considera l'insieme delle seguenti coppie ordinate (x, y) e verifica che la corrispondenza che associa x a y è una funzione. $\{(0, 3), (1, 5), (2, 7), (3, 9), (4, 11), (5, 13), \dots\}$

Sì, è una funzione.

Sai trovare l'espressione $y = f(x)$ che esprime y in funzione di x ?

L'espressione è: $y = 2x + 3$.

245.175

Una relazione tra due insiemi A e B definisce le coppie (x_1, y_1) e (x_2, y_2) con $y_1 \neq y_2$ e $x_1 = x_2$. Si tratta di una funzione?

No.

Perché?

Perché se $x_1 = x_2$ e $y_1 \neq y_2$ vi è un elemento del dominio che ha due corrispondenti del codominio, ovvero ha due immagini, e quindi non può essere una funzione.

254.177

Date le funzioni f e g indicate di seguito, trova le funzioni $f \circ g$ e $g \circ f$:

- a. $f : x \rightarrow x^2 + 5$ $g : x \rightarrow x - 4$
 $f \circ g : x \rightarrow (x - 4)^2 + 5$
 $g \circ f : x \rightarrow (x^2 + 5) - 4$
 b. $f : x \rightarrow 9 - x$ $g : x \rightarrow 2x + 1$
 $f \circ g : x \rightarrow 9 - (2x + 1)$
 $g \circ f : x \rightarrow 2(9 - x) + 1$
 c. $f : x \rightarrow 3x + 1$ $g : x \rightarrow x^2$
 $f \circ g : x \rightarrow 3x^2 + 1$
 $g \circ f : x \rightarrow (3x + 1)^2$
 d. $f : x \rightarrow \frac{3}{2}x$ $g : x \rightarrow x^2 - 1$
 $f \circ g : x \rightarrow \frac{3}{2}(x^2 - 1)$
 $g \circ f : x \rightarrow \left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 1$

246.178

Data la funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita dalla relazione $y = x + 3$ e la funzione $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ definita dalla relazione $z = y - 20$, è possibile costruire la funzione $k = g \circ f$?

Sì, si parte dalla funzione f che va da \mathbb{N} a \mathbb{N} , per arrivare alla funzione g che va da \mathbb{N} a \mathbb{Z} (che rappresenta un ampliamento di \mathbb{N}).

$k = g \circ f : x \rightarrow x - 17$

246.179

Date le funzioni $f : x \rightarrow x - 5$ e $g : x \rightarrow 3 - x$, verifica che il prodotto $g \circ f$ ed il prodotto $f \circ g$ non danno luogo alla stessa funzione composta.

$g \circ f : x \rightarrow -x + 8$

$f \circ g : x \rightarrow -x - 2$

246.180

Nella classe 1^a B gli alunni sono tutti di statura diversa l'uno dall'altro e l'insegnante di educazione fisica vuole disporli in ordine crescente di altezza. Considera gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è un alunno della } 1^{\text{a}} B\}$

$B = \{y \mid y \text{ è il numero che esprime l'altezza di un alunno della } 1^{\text{a}} B\}$

$C = \{z \mid z \text{ è il numero di posto nella fila di un alunno della } 1^{\text{a}} B\}$

e le relazioni $f : A \rightarrow B$ definita dalla proposizione "x ha statura y" e $g : B \rightarrow C$ definita dalla proposizione "y corrisponde al posto z".

Puoi dire che f e g sono funzioni?

Sì, perché a ogni alunno viene associato un solo valore numerico per l'altezza, e ad ogni valore numerico per l'altezza corrisponde una posizione univoca nella fila.

Se consideri la relazione $k : A \rightarrow C$ definita da "x occupa il posto z", puoi dire che $k = g \circ f$?

Sì.

246.181

Ad una mostra canina vengono premiati gli esemplari più belli per ciascuna razza fra quelle presenti. Considera gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è un cane che partecipa alla mostra}\}$

$B = \{y \mid y \text{ è il padrone di un cane che partecipa alla mostra}\}$

$C = \{z \mid z \text{ è una medaglia assegnata}\}$

Le relazioni $f : B \rightarrow A$ definita dalla proposizione "y è il padrone di x" e $g : B \rightarrow C$ definita dalla proposizione "y vince la medaglia z", sono funzioni?

La relazione f è una funzione perché ad ogni padrone corrisponde un cane; la relazione g non è una funzione perché non tutti i padroni vincono una medaglia.

La relazione $k : A \rightarrow C$ definita dalla proposizione "x riceve la medaglia z" è una funzione?

No. Perché non tutti i cani che partecipano alla mostra ricevono una medaglia.

Se sì, puoi dire che $k = g \circ f$?

246.182

In uno stadio si sta disputando la finale dei 100 metri piani. Considera gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è il numero di una corsia}\}$

$B = \{y \mid y \text{ è un atleta che partecipa alla finale}\}$

$C = \{z \mid z \text{ è il posto nella classifica della corsa}\}$

Le relazioni $f : B \rightarrow A$ definita dalla proposizione "y corre nella corsia x" e $g : B \rightarrow C$ definita dalla proposizione "y si è classificato al posto z", sono funzioni?

Sì.

Cosa puoi dire della relazione $k = g \circ f$?

Nulla.

246.185

Il professore di matematica di una classe di 28 alunni decide di interrogare a coppie. In quanti modi è possibile formare le coppie?

SVOLGIMENTO

In una classe di 28 alunni, il 1° alunno può andare in coppia con gli altri 27, quindi ci sono 27 possibili combinazioni col 1° alunno. Tolto il 1° alunno, ne rimangono 27.

Tra questi 27, il 2° alunno può andare in coppia con gli altri 26, quindi ci sono altre 26 possibili combinazioni col 2° alunno. Tolto il 2° alunno, ne rimangono 26.

Tra questi 26, il 3° alunno può andare in coppia con gli altri 25, quindi ci sono altre 25 possibili combinazioni col 3° alunno. Tolto il 3° alunno, ne rimangono 25. E così via.

Quindi in una classe di 28 alunni, le possibili combinazioni a coppie per le interrogazioni sono:
 $27+26+25+24+23+22+21+20+19+18+17+16+15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=378$.

246.188

La combinazione di una cassaforte è composta da quattro elementi combinati in modo da avere una lettera ai primi due posti e un numero di una sola cifra al terzo e al quarto posto, non ripetuti, da scegliersi nel seguente gruppo $A = \{x, y, z, k, 2, 5, 7, 8\}$. Un ladro che ha avuto queste informazioni si mette all'opera per aprire la cassaforte, ma questa è dotata di un congegno a tempo che fa scattare un allarme alla sede della polizia se la cassaforte non viene aperta entro mezz'ora dal primo tentativo. Se il ladro impiega 14 secondi per provare una combinazione, ha il tempo per provarle tutte ed aprire la cassaforte prima che scatti l'allarme?

SVOLGIMENTO

Per quanto riguarda le lettere, le possibili combinazioni sono 12:

$\{(x, y), (x, z), (x, k), (y, x), (y, z), (y, k), (z, x), (z, y), (z, k), (k, x), (k, y), (k, z)\}$.

Per quanto riguarda i numeri, le possibili combinazioni sono 12:

$\{(2, 5), (2, 7), (2, 8), (5, 2), (5, 7), (5, 8), (7, 2), (7, 5), (7, 8), (8, 2), (8, 5), (8, 7)\}$.

Quindi, in totale, le possibili combinazioni tra numeri e lettere sono $12 \times 12 = 144$.

Dopo il primo tentativo, parte il congegno a tempo e rimangono 143 tentativi per un totale di 2002 secondi (143 tentativi \times 14 secondi a tentativo). Ovvero 33,36 minuti.

Il ladro non ha tempo per provare tutte le possibili combinazioni, ma potrebbe comunque riuscire ad aprire la cassaforte se trova subito la combinazione giusta tra quelle disponibili.